BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

VŨ HỮU TUYÊN

THIẾT KẾ BÀI TOÁN HÌNH HỌC GẮN VỚI THỰC TIỄN TRONG DẠY HỌC HÌNH HỌC Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

Hà Nội - 2016

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

VŨ HỮU TUYÊN

THIẾT KẾ BÀI TOÁN HÌNH HỌC GẮN VỚI THỰC TIỄN TRONG DẠY HỌC HÌNH HỌC Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Chuyên ngành: LÍ LUẬN VÀ PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC BỘ MÔN TOÁN

Mã số: 62 14 01 11

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

Người hướng dẫn khoa học: GS.TS. BÙI VĂN NGHỊ

Hà Nội - 2016

LỜI CẢM ƠN

Tác giả xin chân thành cảm ơn GS.TS. Bùi Văn Nghị – thầy hướng dẫn khoa học, các thầy cô khoa Toán Tin và các phòng ban chức năng.

Xin cảm ơn các nhà khoa học, các đồng nghiệp và người thân trong gia đình đã giúp đỡ tác giả hoàn thành luận án.

Tác giả luận án

Vũ Hữu Tuyên

LỜI CAM ĐOAN

Tác giả xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tác giả. Các số liệu, kết quả được trình bày trong luận án là trung thực. Những kết quả khoa học trong luận án chưa từng được tác giả dùng để công nhận học vị lần nào.

Tác giả luận án

Vũ Hữu Tuyên

DANH MỤC CÁC CHỮ VIẾT TẮT TRONG LUẬN ÁN

Viết tắt	Viết đầy đủ
GV	Giáo viên
HS	Học sinh
NXB	Nhà xuất bản
PP	Phương pháp
SBT	Sách bài tập
SGK	Sách giáo khoa
THPT	Trung học phổ thông
TNSP	Thực nghiệm sư phạm

MỤC LỤC

MỞ ĐẦU 1
Chương 1. CƠ SỞ LÍ LUẬN VÀ THỰC TIỄN 8
1.1. Tổng quan những công trình nghiên cứu liên quan 8
1.1.1. Những công trình ở ngoài nước 8
1.1.2. Những công trình trong nước 11
1.1.3. Một số lưu ý 14
1.2. Những thuật ngữ then chốt trong luận án 16
1.3. Vì sao dạy học Hình học cần gắn với thực tiễn? 20
1.3.1. Dạy học Hình học cần gắn với lịch sử hình thành và phát triển của Hình học 20
1.3.2. "Học tập gắn với thực tiễn" thuộc nguyên lí "Thống nhất giữa lí thuyết và thực hành" – một trong những nguyên lí nền tảng của giáo dục 27
1.3.3. Vận dụng Toán học vào giải quyết vấn đề trong thực tiễn là một năng lực cốt lõi của người học 28
1.4. Điều tra thực tiễn 32
1.4.1. Về các bài toán có liên quan tới thực tiễn trong sách giáo khoa và sách bài tập Hình học THPT 32
1.4.2. Điều tra thực tiễn về mối quan tâm của GV và HS đến mối liên hệ giữa Hình học THPT và thực tiễn trong quá trình dạy học Hình học 36
1.5. Tiểu kết chương 1 40
Chương 2. BIỆN PHÁP THIẾT KẾ BÀI TOÁN HÌNH HỌC GẮN VỚI THỰC TIỄN VÀ SỬ DỤNG CHÚNG TRONG DẠY HỌC HÌNH HỌC Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 43
2.1. Biện pháp 1. Thiết kế những bài toán khám phá tri thức Hình học dựa trên phương tiện dạy học làm từ những vật liệu đơn giản trong thực tế. 45
2.1.1. Mục đích của biện pháp 45

2.1.2. Căn cứ của biện pháp 45
2.1.3. Cách thực hiện biện pháp và cách sử dụng các bài toán thiết kế được. 49
2.2. Biện pháp 2. Liên tưởng bài toán Hình học thuần túy với một tình huống thực tiễn để thiết kế bài toán gắn với thực tiễn. 59
2.2.1. Mục đích của biện pháp 59
2.2.2. Căn cứ của biện pháp 59
2.2.3. Cách thực hiện biện pháp và cách sử dụng các bài toán thiết kế được 62
2.3. Biện pháp 3. Lựa chọn những vấn đề của thực tiễn có thể giải thích được bằng những tri thức Hình học phổ thông hoặc giải quyết được nhờ mô hình toán học hóa để thiết kế thành hệ thống bài toán 71
2.3.1. Mục đích của biện pháp 71
2.3.2. Căn cứ của biện pháp 71
2.3.3. Cách thực hiện biện pháp và cách sử dụng các bài toán thiết kế được 75
2.4. Biện pháp 4. Khai thác những tri thức Hình học tiềm ẩn trong những hình, khối thực tế và những công trình kiến trúc hiện đại để thiết kế những bài toán hoặc hệ thống bài toán về đọc hiểu và hiểu biết Hình học. 83
2.4.1. Mục đích của biện pháp 83
2.4.2. Căn cứ của biện pháp 84
2.4.3. Cách thực hiện biện pháp và cách sử dụng các bài toán thiết kế được 86
2.5. Biện pháp 5. Dựa trên các hình, khối hoặc tình huống trong thực tiễn, đưa vào các yếu tố phù hợp để thiết kế những bài toán tính toán các đại lượng về độ dài, diện tích, góc, thể tích của những hình, khối trong chương trình Hình học THPT. 94

2.5.1. Mục đích của biện pháp 94
2.5.2. Căn cứ của biện pháp 94
2.5.3. Cách thực hiện biện pháp và cách sử dụng các bài toán đã thiết kế trong dạy học Hình học ở trường THPT 96
2.6. Tiểu kết chương 2 102
Chương 3 THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM 103
3.1. Mục đích và tổ chức thực nghiệm sư phạm 103
3.1.1. Mục đích và giả thuyết thực nghiệm sư phạm 103
3.1.2. Tổ chức thực nghiệm sư phạm 103
3.2. Giáo án thực nghiệm sư phạm 106
3.3. Đánh giá kết quả thực nghiệm sư phạm 116
3.3.1. Đánh giá kết quả hoạt động 1 116
3.3.2. Đánh giá kết quả hoạt động 2 119
3.4. Kết luận chương 3 123
KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ 125
DANH MỤC CÔNG TRÌNH CÔNG BỐ CỦA TÁC GIẢ 128
TÀI LIỆU THAM KHẢO 129

MỞ ĐẦU

1. Lí do chọn đề tài

+ Vị trí của phân môn Hình học trong chương trình giáo dục phổ thông

Trong chương trình giáo dục phổ thông, môn Toán đã được hầu hết các nước trên thế giới đặt vào vị trí có tầm quan trọng đặc biệt. Tại Việt Nam, môn Toán ở trường phổ thông là một môn học độc lập, xuyên suốt từ Tiểu học đến Trung học phổ thông. Môn Toán được coi là môn học nền tảng, cốt lõi, là môn học bắt buộc ở tất cả các cấp học. "Môn Toán trong trường phổ thông trang bị cho HS những kiến thức toán học phổ thông, cơ bản, hiện đại, rèn luyện các kĩ năng tính toán và phát triển tư duy toán học, góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề và các năng lực trí tuệ chung, đặc biệt là khả năng phân tích, tổng hợp, trừu tượng hoá, khái quát hoá. Những Kiến thức − Kỹ năng và Phương pháp toán học là cơ sở để tiếp thu những kiến thức về khoa học và công nghệ, góp phần học tập các môn học khác trong trường phổ thông và vận dụng vào đời sống" [4].

Hội đồng quốc gia GV Toán học Hoa Kì (The National Council of Teachers of Mathematics, viết tắt là NCTM) cho rằng: Chương trình giảng dạy môn Toán từ mẫu giáo đến lớp 12 cho phép tất cả các HS: Phân tích đặc điểm và tính chất của các hình, khối hình học hai, ba chiều và phát triển lí luận toán học về các mối quan hệ hình học; xác định vị trí các hình, khối và mô tả mối quan hệ không gian; sử dụng trực quan, lập luận về không gian, và mô hình hình học để giải quyết vấn đề; Hình học và nhận thức về không gian là những thành phần cơ bản của việc học Toán học. Chúng cung cấp cách để giải thích và phản ánh về không gian vật lí của chúng ta và có thể phục vụ như là công cụ để nghiên cứu về các chủ đề khác trong toán học và khoa học [93].

Trong Chương trình giáo dục của Singapo (2007) [91] có đoạn nói về vị trí của môn Toán như sau: Toán học là phương tiện tuyệt vời cho sự phát triển và cải thiện trí tuệ con người bằng cách sử dụng lập luận hợp lí, trí tưởng tượng không gian, tư duy phân tích và trừu tượng. Môn Toán ở trường phổ thông sẽ giúp HS phát triển khả năng tính toán, lập luận, kĩ năng tư duy và kĩ năng giải quyết vấn đề thông qua việc học tập và ứng dụng toán học. Đây là những giá trị không chỉ trong khoa học và công nghệ, mà còn ở trong cuộc sống hàng ngày. Sự phát triển của một nền khoa học-công nghệ cao và chất lượng nguồn nhân lực đòi hỏi một nền tảng toán học vững chắc. Việc nhấn mạnh giáo dục toán học sẽ đảm bảo có lực lượng lao động ngày càng đáp ứng những thách thức trong thế kỷ XXI. Toán học cũng là một chủ đề thú vị và hứng thú, cung cấp cơ hội cho HS sáng tạo và tạo niềm vui….

+ Mục tiêu phát triển năng lực người học

Trong mục tiêu dạy học môn Toán, hầu hết các nước trên thế giới đều hướng vào phát triển năng lực người học, đặc biệt năng lực tư duy, năng lực giải quyết vấn đề. Bởi vậy, cần phải tăng cường khả năng vận dụng kiến thức, kỹ năng toán học vào đời sống thực tiễn, thông qua việc giải quyết các tình huống nảy sinh trong cuộc sống. Tuy nhiên, thực tiễn cho thấy có không ít GV Toán chủ yếu quan tâm tới các khái niệm, các mệnh đề toán học thuần túy, các bài tập vận dụng lí thuyết, làm cho môn Toán trở nên khô khan, không mấy hấp dẫn.

Một trong những định hướng xây dựng và phát triển chương trình giáo dục phổ thông Việt Nam (2012) [4, tr. 13] là năng lực mô hình toán học hóa từ các tình huống thực tiễn giả định hoặc tình huống thực trong cuộc sống. Đây là năng lực cần phải được quan tâm nhiều hơn nữa đối với các trường phổ thông ở nước ta.

Theo Battista M. T. (2001) [68, tr. 145-185]: Ngày nay, mục tiêu dạy học môn Toán đang luôn thay đổi. Các GV ngày nay cần phải giúp đỡ HS

phát triển các kỹ năng mà họ sẽ sử dụng hàng ngày để giải quyết vấn đề toán học và không phải toán học. Trong đó bao gồm khả năng giải thích các ý tưởng, khả năng sử dụng các nguồn lực để tìm kiếm thông tin cần thiết, để làm việc với những người khác về một vấn đề, và tổng quát hóa trong các tình huống khác nhau, cũng như những khả năng do máy tính điện tử và các chương trình máy tính mang lại.

Zemelman, Daniels, và Hyde (1998) [112, tr. 89] cho rằng mục tiêu của GV toán là "giúp đỡ HS phát triển năng lực toán học". Năng lực toán học đó giúp HS cảm nhận được rằng toán học là hữu ích và có ý nghĩa, giúp họ tin rằng họ có thể hiểu được và áp dụng được toán học.

+ Vai trò của môn Hình học

Không ai không thừa nhận vai trò của thực tiễn đối với sự phát triển của khoa học nói chung, đối với Toán học nói riêng. Lịch sử hình thành và phát triển Toán học cho thấy Toán học bắt nguồn từ thực tế.

Trong chương trình môn Toán Trung học phổ thông (THPT), có nhiều kiến thức Hình học liên quan đến thực tế. Nhiều đồ vật xung quanh ta có hình dạng là các hình hình học: hình vuông, hình hộp chữ nhật, hình nón, hình cầu.... Việc tính toán các khoảng cách, diện tích bề mặt của các hình, tính thể tích các khối đa diện, khối tròn xoay... là những bài toán Hình học có liên quan đến thực tế.

Hình học còn được sử dụng trong nhiều ngành nghề, như nghề cơ khí, nghề mộc, kiến trúc, nghề xây dựng, hội họa.... Hình học được sử dụng để thiết kế các bản vẽ cơ khí, vì các chi tiết cơ khí thường được chế tạo bởi những khối hình học cơ bản; Trong thiết kế đồ họa, trong những nét đẹp của hội họa, những công trình kiến trúc nổi tiếng, trong các khảo sát về diện tích, các bản đồ quy hoạch, trong nghiên cứu thiên văn....

Việc sử dụng máy tính hỗ trợ đồ họa, xây dựng các video trò chơi, phim hoạt hình... cũng sử dụng nhiều kiến thức hình học.

Nội dung Hình học trong chương trình THPT, phương pháp dạy học hình học hiện còn đang có nhiều tranh luận khác nhau, HS thường thấy ít hứng thú với môn Hình học, nội dung còn thiên về tính hàn lâm, ít liên hệ với thực tiễn.

Dạy học môn Toán sẽ có hiệu quả hơn nếu GV làm cho HS thấy được ý nghĩa của những nội dung Toán học mà họ được học. [33, tr. 3-7]

Dạy học môn Toán không phải chỉ là dạy những tri thức toán học cho HS, mà còn dạy văn hóa Toán học cho HS; cần phải chỉ ra ý nghĩa, ứng dụng của các kiến thức để HS thấy được Toán học bắt nguồn từ thực tế và phục vụ thực tế như thế nào? [33, tr. 3-7].

+ Về các công trình nghiên cứu có liên quan

Đã có một số công trình nghiên cứu về những bài toán có nội dung thực tế, giải các bài toán có nội dung liên môn và thực tế, phát triển khả năng ứng dụng toán học vào thực tế, nâng cao năng lực vận dụng Toán học vào thực tiễn, dạy học Toán học theo hướng gắn với thực tế ở các trường Phổ thông, Cao đẳng, Đại học. Nhưng chưa có công trình nào nghiên cứu về phương pháp thiết kế các bài toán Hình học gắn với thực tiễn trong dạy học Hình học ở trường THPT.

Từ những lí do trên, đề tài được chọn là: ***Thiết kế bài toán Hình học gắn với thực tiễn trong dạy học Hình học ở trường Trung học phổ thông***.

2. Mục đích nghiên cứu

Mục đích của luận án là đề xuất những biện pháp giúp giáo viên Toán thiết kế được những bài toán Hình học gắn với thực tiễn để sử dụng chúng trong quá trình dạy học Hình học, góp phần nâng cao chất lượng dạy học môn Hình học ở trường THPT.

3. Giả thuyết khoa học

Nếu vận dụng những biện pháp được đề xuất trong luận án thì GV có thể thiết kế được những bài toán Hình học gắn với thực tiễn để sử dụng chúng

trong quá trình dạy học Hình học ở trường THPT, HS sẽ thấy rõ hơn ý nghĩa và giá trị thực tiễn của những nội dung Hình học phổ thông, góp phần nâng cao chất lượng dạy học Hình học ở trường THPT.

4. Nhiệm vụ nghiên cứu

Luận án cần trả lời những câu hỏi nghiên cứu sau đây

(1) Vì sao cần thiết kế và sử dụng những bài toán Hình học gắn với thực tiễn trong dạy học Hình học ở trường THPT?

(2) Thực tiễn việc thiết kế và sử dụng những bài toán Hình học gắn với thực tiễn trong dạy học Hình học ở trường THPT hiện nay như thế nào?

(3) Biện pháp thiết kế và sử dụng những bài toán Hình học gắn với thực tiễn trong dạy học Hình học ở trường THPT là những biện pháp nào?

(4) Những biện pháp thiết kế và sử dụng các bài toán Hình học gắn với thực tiễn trong dạy học Hình học ở trường THPT đã đề xuất có tính khả thi và hiệu quả hay không?

5. Đối tượng nghiên cứu, phạm vi nghiên cứu và khách thể nghiên cứu

+ Đối tượng nghiên cứu là quá trình dạy học Hình học ở trường THPT.

+ Phạm vi nghiên cứu: Giới hạn trong những bài toán Hình học gắn với thực tiễn, thuộc phạm vi chương trình môn Toán THPT.

+ Khách thể nghiên cứu là mục tiêu, nội dung, chương trình môn Toán THPT.

6. Phương pháp nghiên cứu

Những phương pháp (PP) chủ yếu được sử dụng trong nghiên cứu luận án là:

+ PP nghiên cứu lí luận (trả lời câu hỏi 1 và câu hỏi 3): Nghiên cứu lí luận và PP dạy học bộ môn Toán; những nguyên lí và nguyên tắc trong giáo dục, nghiên cứu các công trình, các tài liệu liên quan đến đề tài; Nghiên cứu đề xuất một số biện pháp thiết kế và sử dụng những bài toán Hình học gắn với thực tiễn trong dạy học Hình học ở trường THPT.

+ PP điều tra quan sát (trả lời câu hỏi 2 và câu hỏi 4): Lập các phiếu điều tra về thực trạng hiện nay về thiết kế, sử dụng những bài toán Hình học gắn với thực tiễn trong dạy học Hình học ở trường THPT và điều tra kết quả thực nghiệm sư phạm.

+ PP thực nghiệm sư phạm (trả lời câu hỏi 4): Tiến hành thực nghiệm sư phạm tại một số trường THPT ở Việt Nam nhằm đánh giá tính khả thi và hiệu quả của đề tài.

7. Những đóng góp mới của luận án

+ Về lí luận:

- Tổng quan về việc thiết kế và sử dụng các bài toán Hình học gắn với thực tiễn trong dạy học Hình học ở trường THPT từ hệ thống lí luận và những công trình đã công bố ở trong và ngoài nước; Chỉ ra những cơ hội, cách thiết kế các dạng toán thực tiễn, khắc sâu các ứng dụng và tổ chức dạy học các bài toán thực tiễn trong dạy học Hình học ở trường THPT.

- Đề xuất được những biện pháp thiết kế bài toán Hình học gắn với thực tiễn để sử dụng trong dạy học Hình học ở trường THPT.

+ Về thực tiễn:

- Đánh giá được một phần thực trạng việc thiết kế và sử dụng các bài toán Hình học gắn với thực tiễn trong dạy học Hình học ở trường THPT.

- Những biện pháp thiết kế và sử dụng các bài toán Hình học gắn với thực tiễn làm cho HS hứng thú học hình học hơn, thấy rõ hơn giá trị thực tiễn của những tri thức Hình học, góp phần nâng cao chất lượng dạy học Hình học và phát triển tư duy, nhân cách HS ở trường THPT.

8. Những vấn đề đưa ra bảo vệ

- Thực trạng ở một số trường THPT hiện nay cho thấy việc thiết kế các bài toán Hình học gắn với thực tiễn trong dạy học Hình học ở trường THPT còn nhiều khó khăn, bất cập.

- Các biện pháp thiết kế bài toán Hình học gắn với thực tiễn và sử dụng chúng trong quá trình dạy học Hình học ở trường THPT được đề xuất trong luận án có tính khả thi và hiệu quả, góp phần nâng cao chất lượng dạy học Hình học ở trường THPT.

9. Cấu trúc luận án

Ngoài phần mở đầu, kết luận và kiến nghị luận án gồm ba chương:

Chương 1. Cơ sở lí luận và thực tiễn

Chương 2. Biện pháp thiết kế bài toán Hình học gắn với thực tiễn và sử dụng chúng trong dạy học Hình học ở trường Trung học phổ thông

Chương 3. Thực nghiệm sư phạm

Chương 1
CƠ SỞ LÍ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

1.1. Tổng quan những công trình nghiên cứu liên quan

1.1.1. Những công trình ở ngoài nước

Từ những thập niên cuối của thế kỉ XVI, Francis Bacon (1561-1626), hoặc thậm chí sớm hơn, đã sử dụng "phương pháp tự nhiên" trong dạy học: Giảng dạy bắt đầu với những tình huống trong cuộc sống hàng ngày (Dẫn theo [101, tr. 1]).

Từ năm 1990, tại trường Đại học Arizona (Mĩ) đã có một chương trình "Sau giờ học" (After-School), giành cho HS hoạt động trên các dự án kết nối Khoa học – Công nghệ – Kỹ thuật – Toán học (viết tắt STEM). Các em sẽ được thảo luận và giải quyết các vấn đề liên quan tới nhà trường và cụm dân cư của họ, sau những giờ học ở Trường. [88]

Trong khoảng 30 năm nay, các nhà nghiên cứu từ Viện Freudenthal ở Hà Lan đã được phát triển chương trình giảng dạy và phương pháp dạy học toán học với tên gọi "Giáo dục Toán học thực tế" (Realistic Mathematics Education – viết tắt là RME) dựa trên quan niệm rằng toán học là một hoạt động của con người và học sinh cần phải trải nghiệm "tái phát minh" toán học cho bản thân hoặc Toán học hóa trong giờ học (Van den Heuvel-Panhuizen, 2003) [111]. Các phương pháp tiếp cận lý thuyết phát triển ở Hà Lan đã được chuyển thể ở một số nước khác trong đó có Hoa Kỳ và Anh Quốc (xem ví dụ Romberg, 2001) [102]. GV có quyền tự do phát triển nội dung bài dạy dựa trên mục tiêu, chương trình do chính phủ ban hành. Với sự linh hoạt này, những gì được dạy trong hầu hết các trường rất giống nhau (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000) [110].

Theo hướng này, luận án Tiến sĩ của Nguyễn Thanh Thủy (2005) tại trường đại học Amsterdam Hà Lan đã nghiên cứu, đề xuất cách thức giúp sinh

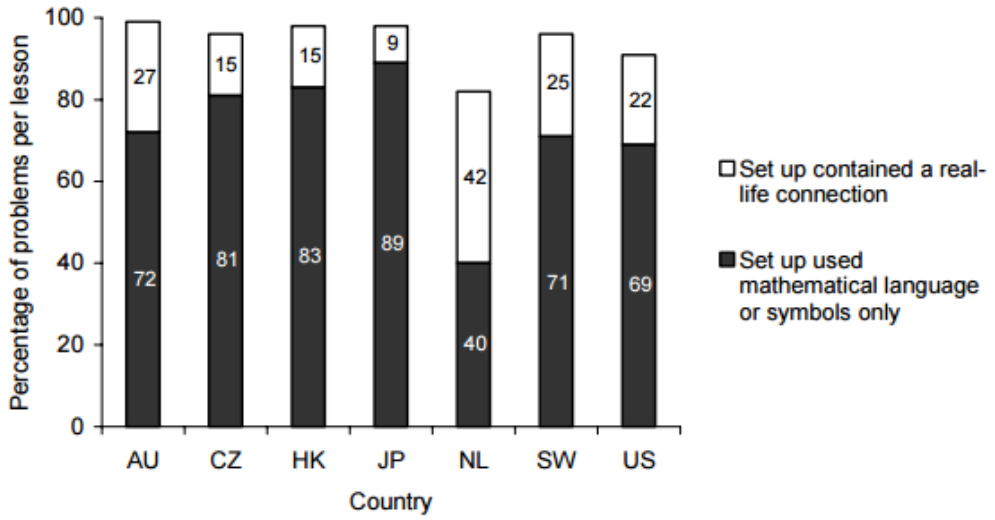
viên sư phạm Việt Nam áp dụng khung lí thuyết và giáo dục Toán học thực tế (Dimensions of learning and Realistic Mathematics Education) trong bối cảnh của Việt Nam [107]; Luận án Tiến sĩ của Reidar Mosvold (2005) [101] đã quan tâm đến cách kết nối toán học với thực tế hay cuộc sống hàng ngày, tập trung vào sự phát triển những ý tưởng trong lịch sử và cá nhân, đặt trong một mô hình theo ngữ cảnh. Toán học trong cuộc sống hàng ngày đã được thêm vào như là một chủ đề mới trong suốt cả mười năm giáo dục bắt buộc. Người học xây dựng các khái niệm toán học theo cách nghĩ của riêng mình. Một tình huống thực tế có ý nghĩa dẫn đến các nhiệm vụ và các vấn đề cần phải thực hiện, sẽ tạo nên động lực học tập cho HS.

Theo Javier Diez-Palomar (2006): Môn Toán thường khó có sự kết nối với cuộc sống hàng ngày của HS. Với độ tuổi của HS, họ thường nghĩ về ứng dụng của toán học với môi trường bên ngoài lớp học, chủ yếu về số lượng hoặc các hình dạng toán học [78, tr. 10].

Những nghiên cứu cho thấy rằng khi GV kết hợp giữa lịch sử của kiến thức và kỹ năng cơ sở của HS thì kết quả học tập sẽ được nâng cao [83].

HS thường cảm thấy Toán học là môn học ít có liên quan đến cuộc sống hàng ngày của họ do đó GV cần phải cố gắng để kết hợp các kiến thức giảng dạy với thực tiễn cuộc sống [84].

Trong một báo cáo về các xu hướng trong Toán học Quốc tế và Nghiên cứu Khoa học (Trends in International Mathematics and Science Study – TIMSS), Hội đồng nghiên cứu giáo dục Úc (Australian Council for Educational Research – ACER) đã thống kê về các vấn đề toán học được trình bày cho HS trong một bối cảnh thực tế (Set up contained a reallife connection) hay chỉ sử dụng ngôn ngữ toán học hoặc kí hiệu (Set up used mathematical language or symbols only), trong một cuốn sách Toán như sau: [87, tr. 62].



Theo bảng trên, tại Úc (AU), có khoảng 27% các vấn đề toán học trong các bài học đã được thiết lập bằng cách sử dụng kết nối với thực tế cuộc sống, lớn hơn tỉ lệ phần trăm ở Nhật Bản (JP, 9%). Ngược lại, tỉ lệ phần trăm các vấn đề toán học đã được thiết lập bằng cách sử dụng các ký hiệu toán học hay ngôn ngữ kí hiệu ở Nhật Bản là 89%, lớn hơn Úc (72%). Hà Lan (NL) có một tỉ lệ nhỏ nhất (40%) so với các nước khác các vấn đề toán học được thiết lập bằng cách sử dụng các ký hiệu toán học hay ngôn ngữ kí hiệu và có tỉ lệ cao nhất (42%) các vấn đề toán học được thiết lập kết nối với cuộc sống thực tế hơn Úc, Cộng hòa Séc (CZ), Hồng Kông (HK), Nhật Bản, Thụy Sĩ (SW) và Mĩ (US).

(Lưu ý: Tỉ lệ phần trăm trong bảng trên không tổng hợp đến 100 bởi vì có một số vấn đề đã được đánh dấu là không biết (unknown); Con số phần trăm là tỉ lệ trung bình được tính bằng tổng của tỉ lệ phần trăm trong mỗi bài học, chia cho số bài học).

Nghiên cứu giảng dạy và học tập thông qua các mô hình toán học và các ứng dụng đã phát triển khá mạnh mẽ trong vài thập kỷ gần đây (Blum, Galbraith, Henn, Niss (2007) và Kaiser, Blum, Borromeo Ferri, Stillman (2011). Có thể thấy rõ điều này trong các tài liệu của Cộng đồng GV quốc tế

về mô hình toán học (The International Community of Teacher of Mathematical Modelling, viết tắt là ICTMA), trong công trình của Werner Blum (1992) về dạy – học toán và các ứng dụng [71, tr. 112-123], trong công trình của Blum W. và Niss M. (1991) về ứng dụng toán học giải quyết vấn đề [72, tr. 37-68], của Gloria Stillman (2012) [82], Edwards I. (2007) về quá trình ứng dụng và mô hình toán học ở Trung học Cơ sở [106, tr. 688-697].

Đặc biệt cần phải kể đến *Chương trình đánh giá HS quốc tế* (Programme for International Student Assessment, viết tắt là PISA) và *Kì thi mô hình toán học hóa* (High School Mathematical Contest in Modeling, viết tắt là HiMCM) tại Hoa Kì, từ những năm cuối của thế kỷ XX cho đến những năm gần đây.

Tuy nhiên, ở nhiều nước "vẫn còn một khoảng cách đáng kể giữa những nghiên cứu về mô hình toán học và sự phát triển của giáo dục toán học" [70, tr. 7].

Những kết quả nghiên cứu ở nước ngoài kể trên đều hướng vào năng lực vận dụng Toán học giải quyết những vấn đề nảy sinh từ thực tiễn, đặc biệt là năng lực mô hình toán học hóa các tình huống thực tiễn. Tuy nhiên chúng tôi cũng chưa thấy công trình nào đề cập đến cách thức thiết kế bài toán Hình học gắn với thực tiễn.

1.1.2. Những công trình trong nước

Trong các sách giáo khoa (SGK), sách bài tập (SBT) môn Toán ở Tiểu học hoặc Trung học cơ sở, ta đã gặp không ít các bài toán phỏng thực tiễn. Chẳng hạn những bài toán về tính diện tích sân, vườn hình chữ nhật với các số liệu liên quan tới kích thước của chúng; những bài toán về tính vận tốc chảy của vòi nước, vận tốc chuyển động của dòng nước, tàu, thuyền, xe; những bài toán về năng suất làm việc (làm chung, làm riêng)….

Theo Nguyễn Chí Thành (2008) [55]: Trong SGK, các bài toán có nội dung thực tế được đưa vào đúng theo thứ tự các chương được chỉ ra trong

chương trình của Bộ Giáo dục và Đào tạo (chương III, IV, V phần Đại số, chương VII phần Hình học). Tuy nhiên trong các chương này số lượng các các bài toán có nội dung thực tế trong SGK còn khá khiêm tốn. Phần Đại số, nếu không kể 21 bài toán trong chương Thống kê mà ở đó các số liệu thống kê được lấy từ các ví dụ thực tế thì trên tổng số *167 bài toán chỉ có 9* các bài toán có nội dung thực tế*, chiếm gần 5,4%*. Phần Hình học, trong tổng số *118* bài toán *được giới thiệu chỉ có 3* bài toán *chiếm gần 2,5%*. Các bài toán này tập trung chủ yếu một số chương như chương "Phương trình và hệ phương trình" phần Đại số có 7 bài toán, chương "Tích vô hướng của hai vectơ và ứng dụng" có 3 bài. Như vậy cơ hội để HS giải các bài toán này và qua đó có thể rèn luyện các kĩ năng ứng dụng Toán học trong thực tế là rất ít. *Các bài toán có nội dung thực tế chủ yếu liên quan đến chủ đề dạy học* "*Giải bài toán bằng cách lập phương trình*" *(trong Đại số) hoặc* "*Giải tam giác và ứng dụng vào việc đo đạc*" *(trong Hình học)*.

Đã có một số công trình nghiên cứu đề cập riêng đến những bài toán có nội dung thực tế. Chẳng hạn như công trình của Phạm Phu (1998) về "*Ứng dụng toán sơ cấp giải các bài toán thực tế"* [39]; Nguyễn Ngọc Anh (1999) về "*Khai thác ứng dụng của phép tính vi phân để giải các bài toán cực trị có nội dung liên môn và thực tế, nhằm chủ động góp phần rèn luyện ý thức và khả năng ứng dụng toán học cho HS lớp 12 THPT"* [1]; Bùi Huy Ngọc (2003) về "*Tăng cường khai thác nội dung thực tế trong dạy học Số học và Đại số nhằm nâng cao năng lực vận dụng Toán học vào thực tiễn cho HS Trung học cơ sở*" [37]. Trong công trình này, Bùi Huy Ngọc đã đưa ra một số biện pháp khai thác các nội dung thực tế trong dạy học Số học và Đại số nhằm nâng cao năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn cho HS Trung học cơ sở: *Chú ý khai thác các ví dụ và tình huống thực tế trong xây dựng và củng cố kiến thức; Thực hiện các hoạt động ngoại khóa có nội dung liên quan đến vận dụng*

Toán học vào thực tiễn; Khai thác ứng dụng Toán học vào các bộ môn khác gắn với thực tế; tăng cường rèn luyện các kĩ năng thực hành toán học gần gũi với thực tế đời sống (kĩ năng tính toán trên các số, kĩ năng vận dụng và đọc đồ thị, biểu đồ...); Chú ý rèn luyện cho HS sử dụng ngôn ngữ Toán học; Tăng cường khai thác các bài toán có lời văn mang nội dung thực tế... [37, tr. 42].

Riêng về dạy học Xác suất-Thống kê ở các trường Đại học, Cao đẳng theo hướng gắn với thực tế, thực tiễn nghề nghiệp, có thể kể ra các công trình của: Trần Đức Chiển (2007) về "*Rèn luyện năng lực tư duy thống kê cho HS trong dạy học Thống kê-Xác suất ở môn Toán THPT* " [8]; Tạ Hữu Hiếu (2010) về "*Dạy học môn Thống kê Toán học theo hướng tăng cường vận dụng trong nghiên cứu khoa học cho sinh viên các trường Đại học Thể dục thể thao*" [20]; Trần Thị Hoàng Yến (2012) về "*Vận dụng dạy học theo dự án trong môn Xác suất và Thống kê ở trường Đại học* (chuyên ngành Kinh tế và Kĩ thuật)" [64]; Phan Thị Tình (2012) về "*Tăng cường vận dụng Toán học vào thực tiễn trong dạy học môn Xác suất-Thống kê và môn Quy hoạch tuyến tính cho sinh viên Toán ĐHSP"* [58]; Nguyễn Thị Thu Hà (2015) về "*Dạy học Xác suất-Thống kê theo hướng tăng cường vận dụng Toán học vào thực tiễn cho sinh viên khối Kinh tế-Kĩ thuật*" [13].

Trong một số công trình khác, các tác giả cũng đưa vào những sự kiện, hiện tượng trong thực tế có liên quan tới kiến thức toán học phổ thông. Chẳng hạn: Đưa vào hình ảnh ba đầu mút chân trụ của giá đỡ (hay kiềng ba chân) trong luận án của Phan Anh (2012) về "*Phát triển năng lực toán học hóa tình huống thực tiễn cho HS trong dạy học đại số và giải tích"*, [2]; hay đưa vào hình ảnh hai điểm tiếp xúc của hai bánh xe đạp với điểm đầu một chân chống trong luận án của Đỗ Thị Thanh (2015) về "*Xác định và luyện tập một số dạng hoạt động nhận thức cho HS trong dạy học Hình học ở trường THPT* " [53] để minh họa cho tiên đề "qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định một

và chỉ một mặt phẳng". Trong các công trình của: Nguyễn Thị Duyến (2014) về "*Nghiên cứu bài học của GV tập trung vào khám phá Toán của HS trong dạy học môn Toán ở trường THPT*" [10]; Nguyễn Thị Phương Thảo (2015) về "*Phát triển tư duy phản biện cho HS thông qua đối thoại trong dạy học môn Toán ở trường THPT*" [56], các tác giả đã đưa vào vấn đề sắp xếp một số loại trái cây ở dạng hình chóp đều như thế nào cho phù hợp. Trong công trình "*Tích hợp các mô hình thao tác động với môi trường dạy học toán điện tử nhằm nâng cao khả năng khám phá kiến thức mới của HS"*, [40] Nguyễn Đăng Minh Phúc (2013), đã quan tâm đến năng lực toán học hóa tình huống thực tiễn cho HS. Tác giả đã đưa ra một số tình huống thực tiễn dẫn đến hoạt động Toán học hóa cho HS như: Đẽo một cây gỗ tròn như thế nào để được một thanh dầm có thiết diện hình chữ nhật sao cho độ chịu lực của nó lớn nhất; Tính góc sút quả bóng sao cho nó có thể đi xa nhất [40, tr. 57, 60].

Bùi Văn Nghị (2009, 2011, 2013) đã quan tâm đến việc sử dụng phương tiện có trong thực tế hỗ trợ cho việc dạy học Hình học, giúp HS khám phá một số tri thức Hình học không gian [32] và quan tâm tới việc liên hệ Toán học với thực tiễn, giải đáp một số hiện tượng thực tiễn dựa trên kiến thức trong chương "Mặt cầu, mặt trụ, mặt nón" Hình học 12. [34], [35].

Những công trình kể trên: hoặc là nghiên cứu khái quát về ứng dụng toán sơ cấp, toán phổ thông vào thực tiễn; hoặc nghiên cứu vận dụng các phân môn Giải tích, Xác suất, Số học và Đại số vào thực tiễn; hoặc vận dụng toán học vào dạy học ở các cấp học phổ thông. Tuy nhiên chưa có công trình nào nghiên cứu sâu về thiết kế bài toán Hình học THPT gắn với thực tiễn.

1.1.3. Một số lưu ý

- Khi đặt ra các bài toán gắn với thực tiễn, cần phải cân nhắc về tính hợp lí của bài toán. Chẳng hạn, với bài toán "Cần phải sút quả bóng thế nào

để nó đi xa nhất" thì không phải sử dụng tới phương trình parabol người cầu thủ mới sút bóng để đạt được kết quả mong muốn, mà họ sút bóng theo kinh nghiệm của bản thân. Hay bài toán "Dựng lều hình lăng trụ như thế nào để có thể tích lớn nhất" [40, tr. 59-89] thì không phải dựng theo kết quả toán học, mà phải dựng theo địa hình tự nhiên hoặc theo thẩm mỹ.

- Có những bài toán có thể chỉ đúng về phương diện lí thuyết nhưng không hẳn đúng với thực tiễn; tuy nhiên chúng vẫn có giá trị minh họa cho lí thuyết. Chẳng hạn bài toán: *Một bể nước dạng hình hộp chữ nhật chứa 100 khối được làm đầy bởi ống nước dẫn vào trong 8 giờ 45 phút. Ở mặt giáp đất có một ống nước thoát ra làm cạn bể trong 11 giờ. Khi bể không còn nước, ta đồng thời mở cả ống dẫn nước vào và ống thoát nước ra thì sau bao lâu bể sẽ đầy nước?* Theo tính toán thông thường thì sau xấp xỉ 42 giờ 46 phút nước trong bể sẽ đầy. Nhưng thực ra bể không bao giờ đầy vì khi bể càng có nhiều nước thì bể chảy ra càng nhanh. [62]

- Có những bài toán có vẻ thực tiễn, nhưng có lẽ không bao giờ gặp trong thực tiễn. Chẳng hạn, bài toán: Một máy bay bay thẳng từ thủ đô Oa-sinh-tơn (Hoa Kì) đến thủ đô Tô-ki-ô (Nhật Bản) trong 10 giờ, rồi đảo hướng 36 độ, bay tiếp đến thủ đô Ma-ni-la (Philipine) trong 2 giờ. Tính thời gian máy bay bay thẳng từ Oa-sinh-tơn tới Ma-ni-la, biết rằng máy bay luôn bay với cùng một tốc độ trong suốt quá trình bay (phỏng theo SGK Hình học Ca-na-đa, năm 2000). Bài toán này nhằm gợi động cơ mở đầu và tạo cơ hội cho HS vận dụng định lí côsin để giải quyết vấn đề. Ý tưởng toán học thì có thể chấp nhận được, nhưng đây không phải là bài toán có thực trong thực tế, ít nhất cũng bởi vì không có máy bay nào đảo hướng được như vậy.

Khi dạy học nội dung Tổ hợp-Xác suất, ta có thể không ít lần gặp những bài toán được một số thầy cô giáo đặt ra một cách thiếu cẩn trọng. Chẳng hạn bài toán: "Một lớp có 30 HS; GV chủ nhiệm muốn chọn ra một

lớp trưởng, một thư kí và một thủ quỹ; Hỏi có bao nhiêu cách chọn?" [54, tr. 38]. Đáp số là số tổ hợp chập 3 của 30. Chẳng nhẽ bạn nào trong lớp cũng có thể làm được lớp trưởng/thư kí/thủ quỹ hay sao? Một ví dụ khác, trong SGK Đại số và giải tích lớp 11 nâng cao trang 64 có bài: Một tổ có 8 em nam và 2 em nữ, cần chọn ra 5 em tham dự cuộc thi HS thanh lịch của trường, trong đó phải có ít nhất một em nữ; Hỏi có bao nhiêu cách chọn?. Vấn đề là: không phải bất kì bạn nào cũng có thể dự cuộc thi HS thanh lịch này được.

1.2. Những thuật ngữ then chốt trong luận án

+ ***Bài toán, bài tập***

Với hầu hết mọi người, hầu như không có sự phân biệt rạch ròi giữa hai khái niệm "*bài tập*" và " *bài toán*", trừ một số ít nhà nghiên cứu về dạy học môn Toán.

Theo Polya (1975): Bài toán đặt ra sự cần thiết phải tìm kiếm một cách có ý thức phương tiện thích hợp để đạt tới một mục đích trông thấy rõ ràng nhưng không thể đạt được ngay. Giải bài toán tức là tìm ra phương tiện đó. [45]

Trong SGK của Pháp, ở phần dành cho HS làm việc ở nhà, Bouvier (2000) phân chia các đề bài thành hai phần: Phần bài tập và Phần bài toán. Phần bài tập bao gồm các câu hỏi áp dụng trực tiếp phần lí thuyết. Phần bài toán bao gồm việc giải quyết nhiều vấn đề xuất phát từ cuộc sống thực tiễn, đòi hỏi sự mô hình hóa chúng để đưa về các bài tập.

Trần Thúc Trình (2003) đã phân biệt hai khái niệm bài tập và bài toán như sau: Để giải bài tập, chỉ cần yêu cầu áp dụng máy móc các kiến thức, quy tắc hay thuật toán đã học. Để giải được bài toán, phải tìm tòi, giữa các kiến thức có thể sử dụng và việc áp dụng để xử lí các tình huống còn có một khoảng cách, vì các kiến thức đó không dẫn trực tiếp đến phương tiện xử lí thích hợp; Muốn sử dụng được những điều đã biết, cần phải kết hợp, biến đổi chúng, làm cho chúng thích hợp với tình huống. [60].

T. Herr và K. Johnson (1994) khi bàn về giải toán đã phân biệt hai khái niệm này như sau: giải bài tập thường chủ yếu yêu cầu HS lặp lại các phương pháp đã được học khi giải các bài tương tự. Bài toán thường khó hơn nhiều và HS thường không biết trước được các kiến thức nào đã học sẽ được sử dụng để giải chúng [86].

Trong luận án này, chúng tôi quan niệm: Bài toán bao gồm những câu hỏi hoặc yêu cầu hành động cho một ai đó, nhằm tìm ra câu trả lời, thỏa mãn yêu cầu đó, trong một điều kiện cho trước; Một bài toán có thể là một vấn đề, một tình huống đòi hỏi người thực hiện phải tìm ra cách giải quyết vấn đề hay tình huống đó. Bài tập bao gồm các câu hỏi, hoặc yêu cầu hành động cho một ai đó, chỉ cần áp dụng trực tiếp lí thuyết hoặc làm theo các ví dụ mẫu là có câu trả lời hoặc thực hiện được yêu cầu đặt ra.

+ ***Thực tế, thực tiễn***

Theo nghĩa từ điển "*Thực tế* là tổng thể nói chung những gì đang tồn tại, đang diễn ra trong tự nhiên và xã hội, về mặt quan hệ đến đời sống con người"; "*Thực tiễn* là những hoạt động của con người, trước hết là lao động sản xuất, nhằm tạo ra những điều kiện cần thiết cho sự tồn tại của xã hội (nói tổng quát)" [38].

Như vậy thực tiễn là một dạng tồn tại của thực tế nhưng không chỉ tồn tại khách quan mà trong đó có hàm chứa hoạt động của con người; con người cải tạo, biến đổi thực tế với một mục đích nào đó.

Ví dụ: Trong các SGK còn ít các bài toán/vấn đề có thực trong đời sống hàng ngày cần phải sử dụng những tính chất Hình học mới có thể giải quyết được, là một thực tế. Tuy nhiên, thực tiễn cho thấy việc tìm ra những bài toán/vấn đề như thế không phải là dễ dàng.

+ Bài toán gắn với thực tế/thực tiễn

Bài toán gắn với thực tế/thực tiễn (còn gọi là Bài toán thực tế/*thực tiễn*

hay Bài toán có nội dung thực tế/*thực tiễn*) là một bài toán mà trong giả thiết hay kết luận có các nội dung liên quan đến thực tế, thực tiễn.

+ Bài toán giả thực tế/thực tiễn

Bài toán giả thực tế/thực tiễn (còn gọi là bài toán mang tính thực tế/thực tiễn) là bài toán đặt ra trên cơ sở giả định về một tình huống/một vấn đề có thể xảy ra trong thực tế/thực tiễn.

Ví dụ: Bài toán về tính chiều cao kim tự tháp Kê ốp (Ai cập) được xem là một bài toán thực tế. Còn bài toán "Hội đồng thành phố quyết định dựng một cây đèn đường trong công viên nhỏ hình tam giác sao cho nó chiếu sáng toàn bộ công viên. Người ta nên đặt nó ở đâu?" là bài toán giả thực tiễn. [63, tr. 23]

Hình 1

Trong luận án này chúng tôi sử dụng những thuật ngữ: Bài toán, Thực tế, Thực tiễn; Bài toán gắn với thực tế/thực tiễn, Bài toán giả thực tế/thực tiễn như cách quan niệm ở trên.

+ Mô hình

Có nhiều quan niệm khác nhau về mô hình:

- Mô hình là một "vật" hay một "hệ thống vật" đóng vai trò đại diện hoặc vật thay thế cho "vật" hay một "hệ thống vật" mà ta quan tâm nghiên cứu. [58, tr. 175]. Chẳng hạn: mô hình của một động cơ bốn kì.

- Mô hình là một hệ thống được hình dung trong đầu hoặc được thực hiện bằng vật chất phản ánh hay tái tạo lại đối tượng nghiên cứu. [34, tr. 347]

Chẳng hạn: Mô hình nhà trường mới.

- Mô hình là vật trung gian dùng để nghiên cứu đối tượng (vật gốc) mà ta quan tâm [2]. Chẳng hạn, các vectơ trong không gian cùng với các phép toán về vectơ là mô hình của một không gian vectơ.

- Khách thể M là mô hình của khách thể A đối với một hệ thống S các đặc trưng nào đó, nếu M được xây dựng hoặc được chọn để bắt chước A theo những đặc trưng đó. [1, tr. 107]

Chúng tôi quan niệm: Mô hình là một vật hay một hệ thống vật đóng vai trò đại diện hoặc vật thay thế cho "vật" hay một "hệ thống vật" mà ta quan tâm nghiên cứu; hoặc mô hình là một hệ thống được hình dung trong bộ óc hoặc được thực hiện bằng vật chất phản ánh hay tái tạo lại đối tượng nghiên cứu.

+ Mô hình Toán học

Mô hình Toán học là mô hình được tạo nên bởi toán học (thông qua công thức, phương trình, ký hiệu toán học...).

Mô hình hóa: Tạo ra mô hình để nghiên cứu đối tượng nào đó.

Mô hình Toán học hóa: Dùng mô hình toán học để nghiên cứu một vấn đề nào đấy; là quá trình lựa chọn và sử dụng toán học một cách thích hợp nhằm phân tích các tình huống thực tế để hiểu rõ thực tế đó hơn.

+ Tình huống

Tình huống: Sự diễn biến của tình hình, về mặt cần phải đối phó (theo nghĩa từ điển);

Theo Nguyễn Bá Kim (2006): Một *tình huống* được hiểu là một *hệ thống* phức tạp gồm chủ thể và khách thể, trong đó *chủ thể* là người, còn *khách thể* lại là hệ thống nào đó. [26]

Chúng tôi quan niệm: Tình huống thực tế là một tình huống mà trong khách thể có chứa đựng những phần tử là những yếu tố thực tế. Để một tình huống thực tế trở thành một bài toán thực tế, phải xác định được yêu cầu cần phải giải quyết từ tình huống và xác định được các dữ kiện của khách thể làm giả thiết bài toán.

+ Vận dụng

Vận dụng là đem tri thức, lí luận áp dụng vào thực tiễn (theo nghĩa từ điển).

Theo Bùi Huy Ngọc (2003): *Vận dụng toán học vào thực tiễn* là sử dụng toán học làm công cụ để giải quyết một tình huống thực tế, tức là dùng những công cụ toán học thích hợp để tác động, nghiên cứu khách thể nhằm mục đích tìm một phần tử chưa biết nào đó, dựa vào một số phần tử cho trước trong khách thể hay để biến đổi, sắp xếp những yếu tố trong khách thể nhằm đạt mục đích đã đề ra. [37]

+ Nguyên lí

Nguyên lí – Luận điểm cơ bản của một học thuyết, định luật cơ bản có tính chất tổng quát, chi phối cả một loạt hiện tượng (theo nghĩa từ điển).

+ Nguyên tắc

Nguyên tắc – Điều cơ bản định ra, nhất thiết phải tuân theo trong một loạt việc làm (theo nghĩa từ điển).

1.3. Vì sao dạy học Hình học cần gắn với thực tiễn?

1.3.1. Dạy học Hình học cần gắn với lịch sử hình thành và phát triển của Hình học

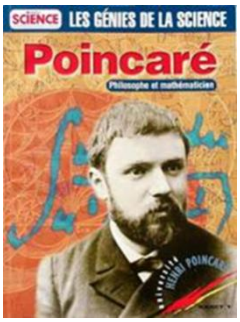
*** Vai trò của lịch sử toán học trong quá trình dạy học môn Toán**

Trong quá trình học tập một tri thức khoa học nào đó nói chung, tri thức Hình học nói riêng, chúng ta cần biết thêm: Những tri thức đó ra đời trong bối cảnh lịch sử nào, trong điều kiện kinh tế, chính trị, xã hội như thế

nào? Tức là chúng ta cần biết lịch sử ra đời tri thức khoa học đó. Thậm chí trong môn Toán, chúng ta muốn biết thêm sự ra đời của một kí hiệu, một tên gọi (chẳng hạn vì sao có tên gọi "ba đường cônic"?...).

Biết lịch sử, học lịch sử là một trong những nhiệm vụ quan trọng trong nhà trường bởi vì những tri thức về lịch sử môn học sẽ khơi dậy nguồn cảm hứng cho người học, giúp người học thấy được bối cảnh phát sinh và phát triển của tri thức môn học.

Nhà Toán học Henri Poincaré (1899) [116] đã từng nói: *Nhiệm vụ của nhà giáo dục là phải tạo điều kiện để cho nhận thức của trẻ em được trải nghiệm lại tất cả những gì mà tổ tiên của các em đã từng trải qua. Sự trải nghiệm lại phải tiến hành một cách nhanh chóng thông qua những chặng nhất định nhưng tuyệt nhiên không được lấp liếm bỏ sót một chặng nào cả. Với quan điểm đó, lịch sử khoa học chính là người dẫn đường cho chúng ta.*



Hình 2: Henri Poincaré, 1899

*** Quá trình sử hình thành và phát triển của Hình học luôn gắn với thực tiễn**

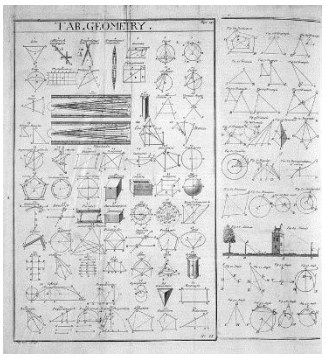
Ngay từ tên gọi "Hình học" đã có nguồn gốc gắn với thực tiễn: Theo tiếng Hy Lạp cổ đại, γεωμετρία (tiếng Anh là Geometry – Hình học) là sự kết hợp giữa hai từ: γεω (nghĩa là đất) và μετρία (nghĩa là đo đạc), γεωμετρία nghĩa là đo đạc đất đai.

Từ thời Ai Cập cổ đại, "do yêu cầu phải đo lại ruộng đất bị nước sông Nin làm ngập và do cần phải tính toán vật liệu trong các công trình xây dựng, từ sớm, người Ai Cập đã có khá nhiều hiểu biết đáng chú ý về toán học". [30]

Hình học xuất hiện do nhu cầu đo đạc lại ruộng đất sau những trận lụt bên bờ sông Nin (Ai cập) [26, tr. 58].

Những kiến thức về hình học (đo đạc và tính toán) đều bắt nguồn từ hoạt động thực tiễn, như đo đạc ruộng đất, phân chia lương thực, xây cất nhà cửa.

Dựa trên những bản giấy cói Papyrus được lưu trữ tại Viện bảo tàng nghệ thuật tạo hình ở Moskva (Nga) của Vương quốc Ai Cập vào khoảng 2000-1800 trước Công nguyên (văn tự toán học cổ nhất tìm được cho tới nay), ta có thể thấy người Ai Cập đã có một công thức chính xác cho thể tích của một khối chóp cụt tứ giác đều của một kim tự tháp. Người Ai Cập và người Babylon đã có các phiên bản của định lí "Bình phương của cạnh huyền một tam giác vuông bằng tổng các bình phương của cạnh góc vuông của tam giác đó" khoảng 1500 năm, trước Pitago. Họ đã lập được Bảng các yếu tố trong Hình học (hình 3).

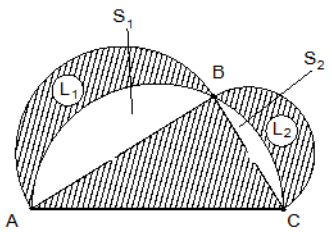


Hình 3

Người Babylon đã tính chu vi đường tròn bằng một giá trị xấp xỉ là chu vi của lục giác đều nội tiếp trong đó; diện tích tứ giác bằng nửa tổng cặp cạnh đối diện này nhân với nửa tổng cặp cạnh đối diện kia; diện tích tam giác cân bằng nửa cạnh đáy nhân với cạnh bên [61].

Đến thời Hy Lạp cổ, Hình học đã trở thành một khoa học suy diễn và trừu tượng. Talet đã chứng minh được nhiều tính chất của hình học phẳng (về các đường thẳng song song, về tính chất góc nội tiếp...); Pitago giải phương trình bậc hai bằng hình học….

Trong những bài toán cổ Hy lạp, ngoài bài toán của Pitago (chứng minh rằng diện tích hình vuông dựng trên cạnh huyền của một tam giác vuông bằng tổng diện tích các hình vuông dựng trên cạnh góc vuông của nó, còn có bài toán của Hippocrate: Diện tích hình lưỡi liềm nằm giữa đường tròn với đường kính là cạnh huyền của tam giác vuông và các nửa đường tròn dựng trên các cạnh góc vuông của tam giác vuông ấy đúng bằng diện tích của tam giác vuông đó (hình 4).



Hình 4

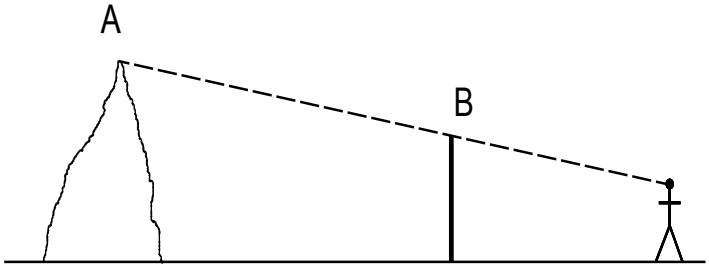
Talet (khoảng 624-546 trước Công nguyên) đã sử dụng hình học để giải các bài toán tính chiều cao của các hình chóp, như chiều cao của kim tự tháp Kê ốp (Ai Cập) và khoảng cách từ các tàu tới bờ biển….

Pitago (khoảng 582-507 trước Công nguyên) đã phát biểu và chứng minh định lí mang tên ông và dựng nên bộ ba Pitago (sử dụng trong việc kiểm định tính chất vuông góc trong xây dựng). Với việc tính số đo đường chéo hình vuông đơn vị, Pitago đã khám phá ra sự tồn tại của các số vô tỉ. Euclid (khoảng 300 trước Công nguyên) đã nghiên cứu về các đường cônic, gắn với quỹ đạo chuyển động của các hành tinh trong hệ mặt trời. Ông đã viết cuốn sách "*Cơ bản",* trong trình bày các định lí quen thuộc của hình học. Những nhà toán học có tên tuổi này đã để lại những định lí, tiên đề có giá trị khái quát cao trong cuộc sống.

Tại Trung Quốc, sau các công trình về toán học cổ có thể kể đến là cuốn "*Cửu chương toán thuật"*, xuất hiện năm 179 trước Công nguyên. Trong đó có 264 bài toán chữ, chủ yếu là nông nghiệp, thương nghiệp, áp dụng của hình học để đo chiều cao và tỉ lệ trong các chùa chiền, công trình, các kiến thức về tam giác vuông và số π. Nhà phát minh Trương Hành (*Zhang Heng*, 78-139 trước Công nguyên) đã có công thức cho số pi và tính thể tích khối cầu V theo đường kính d.

Trong những bài toán cổ Trung Hoa, đã xuất hiện những bài toán Hình học mang tính thực tiễn như: "Đỉnh núi A ở phía tây của cây cột B (Hình 5). Cột cao 9 trượng 5 tấc và cách núi về phía tây 53 dặm. Một người cách cột 3 dặm về phía đông nhìn thấy đỉnh cột và đỉnh núi trùng nhau. Biết mức nhìn của người đó ở chiều cao 7 tấc, hỏi núi cao bao nhiêu? " (Dẫn theo [61], bài toán từ tác phẩm "*Cửu chương toán thuật*").

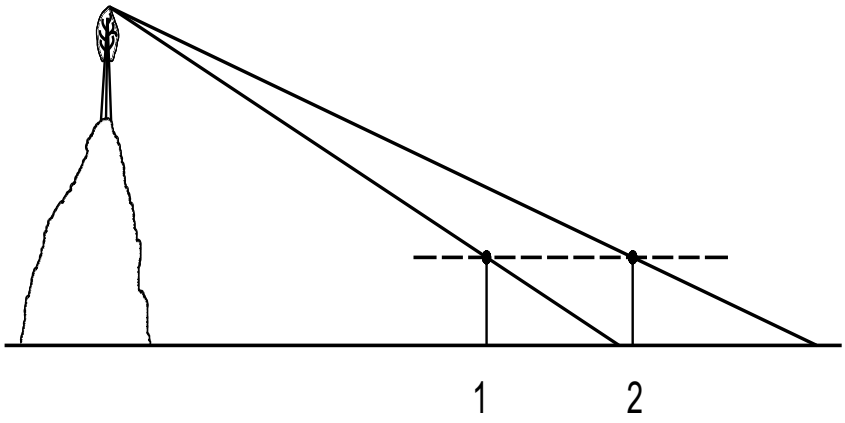
(Ghi chú: 1 trượng = 10 thước, 1 thước = 0,32m; 1 tấc = 10 phân; 1phân = 32 mm, 1 trượng = 3,2 met; 1 bộ =1,6 met).



Hình 5

Để xác định chiều cao của một cây thông mọc trên đỉnh đồi, người ta làm như sau: Đặt hai cây sào, mỗi cây dài 20 trượng trên cánh đồng cách nhau 50 trượng, sao cho hai cây sào ấy và cây thông thẳng hàng. Đứng cách sào thứ nhất 7 trượng 4 thước thì thấy ngọn sào thứ nhất và đỉnh cây thông trùng nhau, đứng cách sào thứ hai 8 trượng 5 thước cũng

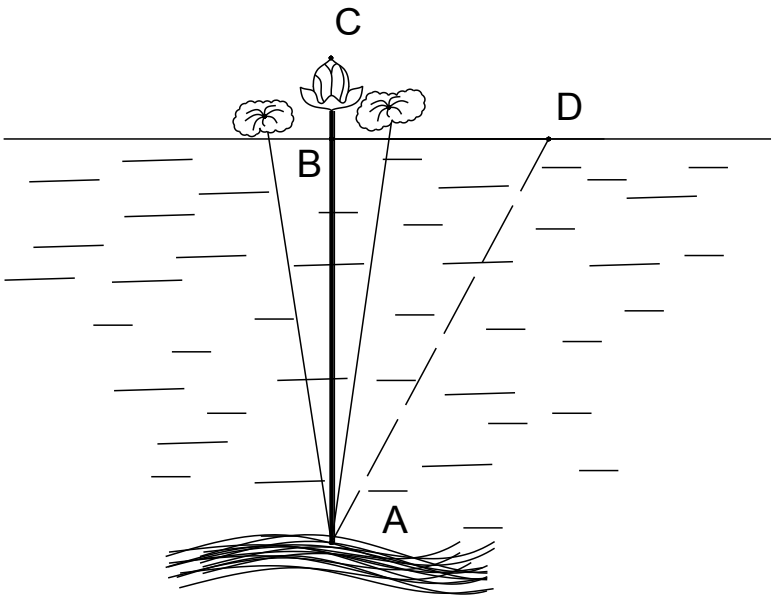
thấy ngọn sào thứ hai và đỉnh cây thông trùng nhau (hình 6). Tính chiều cao của cây thông?



Hình 6

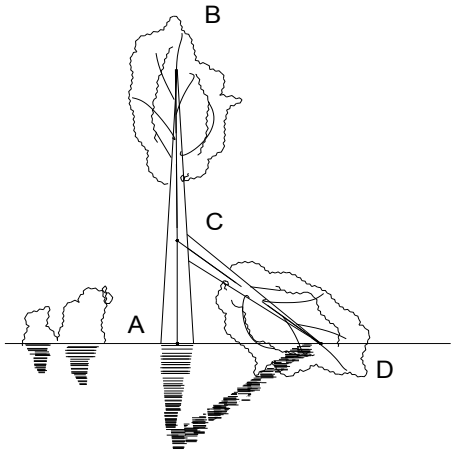
Trong những bài toán của Bramagupta (Toán học cổ Ấn độ) đã có những bài toán mang tính thực tiễn như sau:

Trên mặt hồ có một bông sen nhô cao lên nửa “ thước”, bỗng có một ngọn gió thổi làm bông sen ngả về một phía chạm mặt nước, cách xa chỗ cũ 2 “thước”. Hỏi hồ sâu bao nhiêu? (Hình 7).



Hình 7.

Có một cây dương mọc đơn độc giữa đồng, bỗng nhiên gió thổi mạnh làm nó gẫy gập xuống, ngọn cây chạm đất cách gốc 4 thước, từ gốc lên đến chỗ gãy 3 "thước". Hỏi cây dương cao bao nhiêu? (Hình 8).



Hình 8

Trong khảo luận của mình về các tiết diện cônic, A. de Perga (khoảng 262-130 trước Công nguyên) đã nghiên cứu những mặt cắt khác nhau của một hình nón. Khi đó ông đã chứng minh rằng có thể thu được các hình Parabol, Hypebol và Elip.

Đến thế kỷ XVII, nhà toán học Đề-các (1596-1650) đã sử dụng phương pháp tọa độ để nghiên cứu hình học. Có truyền thuyết rằng ông đã nảy ra ý tưởng về tọa độ khi ông nhìn thấy một con côn trùng bay trước những ô kính cửa sổ của mình. Đề-các đã thể hiện các mặt cônic dưới dạng các phương trình và chỉ ra rằng có thể thu được các mặt cônic từ các phương trình bậc hai.

Trong giai đoạn Toán học hiện đại, sự phát triển của Hình học gắn với việc đo diện tích mặt cong, tính thể tích các khối tròn (nhờ xấp xỉ, chuyển qua giới hạn, tích phân...).

Những điều trình bày ở trên cho thấy: Thực tiễn luôn đặt ra những bài toán và việc nghiên cứu giải quyết những bài toán đó đã hình thành và phát triển Toán học nói chung, Hình Học nói riêng; Sau đó, nhờ công cụ toán học, con người đã giải quyết những vấn đề nảy sinh trong đời sống hàng ngày như

đong, đo, đếm, tính toán.... Còn những bài toán Hình học là bài toán thực tiễn thực sự rất ít gặp. Ta chỉ thấy (không nhiều lắm) những bài toán Hình học phỏng thực tiễn (như những bài toán cổ Trung Hoa).

Trong các sách giáo khoa hiện hành, các tác giả đã đưa vào khá nhiều những tư liệu lịch sử dưới dạng "Có thể em chưa biết", "Em có biết", "Bài đọc thêm" (chúng tôi thống kê chi tiết trong mục 1.3 và phụ lục 7 của luận án) hỗ trợ GV khai thác, sử dụng trong các bài dạy của mình, nâng cao hiệu quả bài dạy.

1.3.2. "Học tập gắn với thực tiễn" thuộc nguyên lí "Thống nhất giữa lí thuyết và thực hành" – một trong những nguyên lí nền tảng của giáo dục.

Nguyễn Bá Kim (2006) cho rằng: Trong dạy học, cần thực hiện theo nguyên lí giáo dục là: "*Học đi đôi với hành, giáo dục kết hợp với lao động sản xuất, lí luận gắn liền với thực tiễn, giáo dục nhà trường kết hợp với giáo dục gia đình và xã hội.*" [26, tr. 58-62]

Theo triết học duy vật biện chứng: Thực tiễn là cơ sở, là động lực, là mục đích và là tiêu chuẩn của nhận thức. "*Từ trực quan sinh động đến tư duy trừu tượng, và từ tư duy trừu tượng đến thực tiễn – Đó là con đường biện chứng của sự nhận thức chân lí, của sự nhận thức thực tại khách quan.*" [26].

"*Thực tiễn của con người lặp đi lặp lại hàng nghìn triệu lần được in vào ý thức của con người bằng những hình tượng lôgíc. Những hình tượng này có tính vững chắc của một thiên kiến, có một tính chất công lí chính vì (và chỉ vì) sự lặp đi lặp lại hàng nghìn triệu lần ấy*" [26, tr. 303].

"*Thực tiễn cao hơn nhận thức (lí luận) vì nó có ưu điểm không những của tính phổ biến, mà cả tính hiện thực trực tiếp*" [26, tr. 230].

Theo Alexander Spirkin (1990) [65]:

Thực tiễn tạo nên một thể thống nhất giữa các hoạt động nhận thức với lí thuyết. Nó là một nguồn gốc, là động lực của nhận thức khoa học; Nó mang

lại các tư liệu xác thực cần thiết cho sự tổng quát và xử lí lí thuyết. Bản chất của sự vật đã được tiết lộ thông qua các hình thức và cách thức hoạt động thực tiễn của con người. Khả năng nhận thức của con người được hình thành và phát triển trong quá trình hoạt động thực tiễn xã hội. Do đó, thực tế không chỉ kích thích khả năng nhận thức mà còn tạo điều kiện cho nó quay trở lại. Kiến thức khoa học có ý nghĩa thiết thực chỉ khi nó được thực hiện trong cuộc sống. Thực hành là nơi mà kiến thức chứng tỏ sức mạnh của mình. Mục đích cuối cùng của nhận thức không phải là kiến thức của riêng ai, mà để thay đổi thực tế đáp ứng nhu cầu vật chất và tinh thần của xã hội. Việc thực hiện trong thực tế các ý tưởng, chuyển chúng vào một thế giới khách quan là một quá trình khách quan. Kiến thức là khách quan không chỉ ở hình thức ngôn ngữ, mà còn trong văn hóa vật chất.

Ngược lại với những điều trình bày ở trên, những người theo Chủ nghĩa Hình thức coi Toán học là một hệ lôgic hình thức thuần tuý, hoàn toàn tách rời khỏi thế giới hiện thực. Họ sính sử dụng ký hiệu và ngôn ngữ "hàn lâm" trừu tượng thay cho ngôn ngữ đời sống, đề cao ngôn ngữ này như "tiêu chuẩn" của chân lí. Từ những tư tưởng đó dẫn đến một tình trạng trong dạy học môn Toán là "nhồi nhét" những kiến thức hình thức sáo rỗng, biến môn Toán thành một môn học khó hiểu, nặng nề, làm cho HS không hiểu được: Học toán để làm gì?

1.3.3. Vận dụng Toán học vào giải quyết vấn đề trong thực tiễn là một năng lực cốt lõi của người học

Vận dụng Toán học vào giải quyết vấn đề, đặc biệt là những vấn đề nảy sinh từ thực tiễn là một trong những năng lực của người học cần quan tâm, phát triển được nhiều nước trên thế giới đặt ra trong thế kỷ XXI.

Theo báo cáo của Eric Mayer – chủ trì Ủy ban tư vấn Hội đồng Giáo dục Úc (1992) [76, tr. 140]:

Hội nghị giữa Hội đồng giáo dục Australia và các Bộ trưởng Giáo dục-Đào tạo-Việc làm của Australia, tháng 9 năm 1992 đã kiến nghị bảy năng lực cơ bản của người lao động thế kỉ XXI cần có như sau: (1) Năng lực thu thập, phân tích và tổ chức thông tin; (2) Năng lực truyền thông ý tưởng và thông tin; (3) Năng lực lập kế hoạch và tổ chức hoạt động; (4) Năng lực làm việc với đối tác và theo nhóm; (5) Năng lực sử dụng tư duy toán học và kỹ thuật; (6) Năng lực giải quyết vấn đề; (7) Năng lực sử dụng công nghệ.

Trong các năng lực trên, năng lực giải quyết vấn đề liên quan mật thiết với năng lực thu thập, phân tích và tổ chức thông tin, lập kế hoạch và tổ chức hoạt động, làm việc với đối tác và theo nhóm. Những năng lực này giúp người học giải quyết các vấn đề nảy sinh từ thực tiễn.

Qua đây ta thấy năng lực giải quyết vấn đề, đặc biệt là giải quyết vấn đề về thực tiễn, là một trong những năng lực cốt lõi của người lao động ở thế kỷ XXI.

Năng lực này không chỉ đặt ra đối với Úc mà còn đặt ra tại các nước Vương quốc Anh, Hoa Kỳ và New Zealand.

Theo Trần Vui (2009) [63]:

Từ năm 2000, Chương trình đánh giá HS quốc tế (Programme for International Student Assessment, viết tắt là PISA) đã thu hút được nhiều nước trên thế giới tham gia, trong đó có khoảng một nửa là các nước thuộc khối OECD (Organization for Economic Co-operation and Development – Tổ chức Hợp tác và Phát triển Kinh tế. Chương trình này được định kì tổ chức ba năm một lần, không đánh giá kiến thức thuần tuý mà đưa ra những bài toán giải quyết vấn đề ở các lĩnh vực Toán, Khoa học tự nhiên và Đọc hiểu, thông qua đó đánh giá những năng lực thực sự cần thiết ở HS ở độ tuổi 15 (giáo dục bắt buộc ở hầu hết các quốc gia). Những câu hỏi kiểm tra PISA sẽ

đánh giá hiểu biết Toán thông qua một sự kết hợp các loại câu hỏi: câu hỏi đóng, câu hỏi mở, câu hỏi nhiều lựa chọn. HS xâm nhập từ từ vào tình huống bài toán thông qua các câu hỏi tăng dần độ phức tạp. "*Khoảng 66% câu hỏi khoa học của PISA yêu cầu HS liên hệ kiến thức học được với những tình huống thực tế trong cuộc sống*".

Đánh giá OECD/PISA tập trung vào các bài toán thực tế, đặc biệt là những loại tình huống và vấn đề thường hay gặp trong lớp học. HS phải đưa ra những kiến thức Toán học phù hợp và áp dụng chúng một cách hữu ích.

Từ năm 1999, nước Mĩ đã tổ chức mỗi năm hai *kì thi mô hình toán học hóa* (High School Mathematical Contest in Modeling, viết tắt là HiMCM) cho HS phổ thông [34, tr. 144-148].

Cuộc thi này nhằm khuyến khích HS làm việc nhóm để giải quyết một/một số vấn đề đặt ra từ thực tiễn. Mỗi đội (nhóm) tham gia cuộc thi bao gồm tối đa bốn HS nhằm giải quyết một vấn đề thực tế trong một thời gian ba mươi sáu giờ liên tục. Các đội được phép làm việc trên các vấn đề của cuộc thi tại bất kỳ cơ sở nào sẵn có và sau đó nộp bài làm về giải pháp của họ cho Hội đồng đánh giá. Ngắn gọn về cách tổ chức, các ý tưởng lớn và kết quả. Yêu cầu mỗi đội thi cần: Làm rõ hoặc trình bày lại vấn đề cho phù hợp; Trình bày một giải trình rõ ràng về tất cả các biến, các giả định, và giả thuyết; Trình bày phân tích của vấn đề, động cơ thúc đẩy hoặc biện minh cho các mô hình được sử dụng; Bao gồm thiết kế của mô hình; Thảo luận làm thế nào có thể có được mô hình thử nghiệm; Thảo luận về điểm mạnh hoặc điểm yếu của mô hình.

Nhiều vấn đề lớn đã được đặt ra trong các cuộc thi HiMCM trong thập niên vừa qua, như: Vấn đề về câu lạc bộ xe đạp (tổ chức các trạm cho thuê và trả xe đạp sử dụng cho các chuyến đi ngắn trong trung tâm thành phố, thay vì xe hơi, như thế nào cho hiệu quả); Vấn đề về đèn giao thông (xây dựng một mô hình toán học sao cho những phương tiện tham gia giao thông trên đường

phố nhánh để vào đường phố chính lưu thông tốt nhất nhờ các đèn giao thông); Vấn đề về xe buýt đến trường (làm thế nào để có thể thiết lập các tuyến xe buýt trường học để tối ưu hóa kinh phí sau khi cân đối thời gian trên xe buýt cho các nhóm trường khác nhau? Xây dựng một mô hình toán học mà có thể được sử dụng cho các khu đô thị, nông thôn khác nhau. Làm thế nào bạn có thể thử nghiệm mô hình trước khi thực hiện? Chuẩn bị một bài viết ngắn để giải thích mô hình của bạn cho các Hội đồng nhà trường, giả định về kết quả của nó)….

Theo Nguyễn Bá Kim (2006): Ứng dụng của Toán học nhiều khi thấy rõ ở những môn học khác gần thực tế hơn, chẳng hạn như Vật lí, Hóa học ... Làm việc với những ứng dụng của Toán học trong những môn học này cũng là một hình thức liên hệ Toán học với thực tế, đồng thời cũng là góp phần làm rõ những mối liên hệ liên môn. [26, tr. 60]

Theo Dự thảo "Chương trình Giáo dục phổ thông tổng thể" *(trong chương trình giáo dục phổ thông mới)*, tháng 8 năm 2015 của Bộ Giáo dục và Đào tạo [4]: Chương trình giáo dục phổ thông nhằm hình thành và phát triển cho HS những năng lực chung chủ yếu sau:

- Năng lực tự học;
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo;
- Năng lực thẩm mỹ;
- Năng lực thể chất;
- Năng lực giao tiếp;
- Năng lực hợp tác;
- Năng lực tính toán;
- Năng lực công nghệ thông tin và truyền thông (ICT).

Luận án này sẽ góp phần hình thành và phát triển cho HS năng lực tự học (thông qua tự nghiên cứu những bài toán đào sâu, mở rộng kiến thức

Hình học không gian); năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo (thông qua giải quyết một cách sáng tạo những bài toán đặt ra từ thực tiễn); năng lực thẩm mỹ (thấy được cái đẹp của Hình học ẩn giấu trong những công trình kiến trúc hiện đại); năng lực giao tiếp và năng lực hợp tác (trong việc chia xẻ, thảo luận ý kiến, giải quyết vấn đề); năng lực tính toán các đại lượng Hình học; năng lực công nghệ thông tin và truyền thông (thông qua khai thác các tình huống thực tiễn từ mạng internet để nghiên cứu Hình học và thiết kế bài toán gắn với thực tiễn).

1.4. Điều tra thực tiễn

1.4.1. Về các bài toán có liên quan tới thực tiễn trong sách giáo khoa và sách bài tập Hình học THPT

Sách giáo khoa (SGK) Hình học trước khi chỉnh lí hợp nhất (1987) đã từng đưa vào những bài toán có liên quan tới thực tiễn, chủ yếu được sưu tầm từ những bài toán cổ. Chẳng hạn như những bài toán sau:

- Chứng minh rằng diện tích hình vuông dựng trên cạnh huyền của một tam giác vuông bằng tổng diện tích các hình vuông dựng trên cạnh góc vuông của nó.

- Chứng minh rằng tổng diện tích các hình lưỡi liềm (hình bán nguyệt Hippocrate) nằm giữa đường tròn với đường kính là cạnh huyền của tam giác vuông và các nửa đường tròn dựng trên các cạnh góc vuông của tam giác vuông ấy đúng bằng diện tích của tam giác vuông đó (Hình 5).

- Trên mặt hồ có một bông sen nhô cao lên nửa “thước”, bỗng có một ngọn gió thổi làm bông sen ngả về một phía chạm mặt nước, cách xa chỗ cũ 2 “thước”. Hỏi hồ sâu bao nhiêu?

- Có một cây dương mọc đơn độc giữa đồng, bỗng nhiên gió thổi mạnh làm nó gẫy gập xuống, ngọn cây chạm đất cách gốc 4 thước, từ gốc lên đến chỗ gãy 3 "thước". Hỏi cây dương cao bao nhiêu?.

Trong SGK hiện hành (được sử dụng từ năm 2002 đến nay), các tác giả viết SGK đã đưa ra không ít những hình vẽ, hình ảnh, những mẩu truyện lịch sử liên quan tới nội dung bài học, nhằm hỗ trợ GV gợi ra vấn đề, gợi động cơ và hứng thú học tập cho HS.

Theo thống kê của chúng tôi, trong SGK Hình học 10 nâng cao có 19 hình vẽ và 4 bài đọc thêm, lớp 11 có 8 hình vẽ và 2 bài đọc thêm, lớp 12 có 7 hình vẽ và 1 bài đọc thêm (xem phụ lục số 7).

SGK HH LỚP	Số lượng		
	Hình ảnh/ hình vẽ Liên quan đến thực tiễn	Bài đọc thêm/ Có thể em chưa Biết liên quan đến thực tiễn	Bài toán gắn với thực tiễn
10	19	4	17
11	8	2	3
12	7	1	0

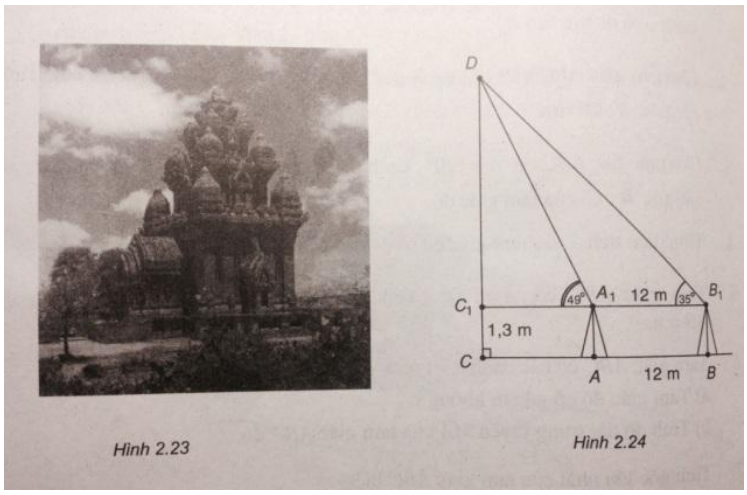
* Các bài toán gắn với thực tiễn trong SGK Hình học 10 và SGK Hình học 10 nâng cao gồm có:

1- Bài toán đo chiều cao của một cái tháp mà không thể đến được chân tháp;

2- Bài toán tính khoảng cách từ một địa điểm trên bờ sông đến một gốc cây trên một cù lao giữa sông;

3- Bài toán tính chiều cao của một cái tháp: Hai chiếc tàu thủy P và Q cách nhau 300 m. Từ P và Q thẳng hàng với chân A của tháp hải đăng AB ở trên bờ biển người ta nhìn chiều cao AB của tháp dưới các góc $\widehat{BPA} = 35^o$ và $\widehat{BQA} = 48^o$. Tính chiều cao của tháp.

4- Bài toán đo Tháp Chàm: Muốn đo Tháp Chàm Por Klong Garai ở Ninh Thuận người ta lấy hai điểm A và B trên mặt đất có khoảng cách AB=12 m cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt hai giác kế. Chân của hai giác kế có chiều cao h= 1,3 m. Gọi D là đỉnh tháp và hai điểm $A_{1,}B_1$ cùng thẳng hàng với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp. Người ta đo được $\widehat{DA_1C_1} = 49^o$ và $\widehat{DB_1C_1} = 35^o$. Tính chiều cao của tháp đó. (Hình 9)



Hình 9

5- Bài toán tính khoảng cách giữa hai tàu thủy nhờ định lí côsin (Ví dụ 1 trang 54);

6- Bài toán tính độ cao của ngọn núi so với mặt đất nhờ định lí sin trong tam giác (ví dụ 3 trang 56);

7- Bài toán tính khoảng cách giữa hai cột trong hệ thống đường dây cao thế nhờ định lí côsin (ví dụ 8 trang 62);

8- Bài toán tính khoảng cách giữa hai ga tầu hỏa nhờ Định lí sin (ví dụ 9 trang 63);

9- Bài toán tìm chiều cao của một đường hầm xuyên qua núi (ví dụ 3 trang 101);

10- Bài toán tính khoảng cách ngắn nhất và khoảng cách dài nhất từ Trái Đất đến Mặt Trăng (bài tập 10 tr 94);

11- Bài toán dự đoán khoảng cách giữa hai vị trí ở sát mép hồ nước nhờ định lí côsin (bài tập 17 trang 65);

12- Bài toán đo khoảng cách từ một vị trí của một chiếc tàu trên biển tới vị trí quan sát của hai người trên bờ nhờ định lí sin (bài tập 22 trang 65);

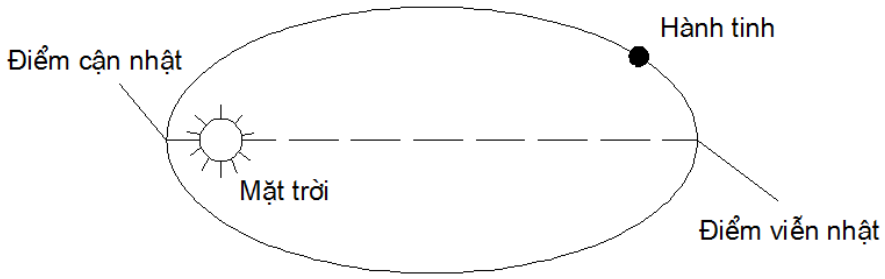
13- Bài toán tính chiều cao của cây (bài tập 37 trang 67);

14- Bài toán tính chiều cao của tòa nhà (bài tập 38 trang 67);

15- Bài toán tìm tâm sai của quỹ đạo của một vệ tinh nhân tạo đầu tiên được Liên Xô (cũ) phóng từ Trái đất năm 1957 (bài tập 34 trang 103);

16- Bài toán tìm tâm sai của quỹ đạo trái đất, khoảng cách từ trái đất đến mặt trời (bài tập trang 105, SBT Hình học 10 nâng cao);

17- Bài tập hệ thống định vị Hypebolic (SBT Hình học 10 nâng cao trang 107) hình 10.



Hình 10

* Các bài toán gắn với thực tiễn trong SBT Hình học 11 và SBT Hình học 11 nâng cao gồm có:

18- Bài toán "bắc cầu qua sông" (giả định thực tiễn) ứng dụng phép tịnh tiến;

19- Bài toán tìm vị trí C trên đường sắt d để xây dựng một nhà ga sao cho tổng khoảng cách từ C đến trung tâm hai khu đô thị A, B nằm cùng về một phía đối với d là ngắn nhất;

20- Bài toán về cuộc thi chạy trên bờ biển áp dụng trục đối xứng của một hình.

* Các bài toán gắn với thực tiễn trong SBT Hình học 12 và SBT Hình học 12 nâng cao: không có.

Như vậy, ngoài những hình vẽ, hình ảnh gắn với thực tiễn minh họa cho nội dung bài học và những bài đọc thêm/có thể em chưa biết, trong các SGK và SBT Hình học lớp 10 có 17 bài toán và trong các SGK và SBT Hình học lớp 11 có 3 bài toán gắn với thực tiễn. Trong đó có thể nói hầu hết chỉ là những bài toán có yếu tố thực tiễn, có rất ít những bài toán có thật trong thực tiễn. Đặc biệt, trong các SGK và SBT Hình học lớp 12 không có bài toán nào gắn với thực tiễn.

Điều đó cho thấy cần bổ sung thêm các bài toán gắn với thực tiễn trong SGK, SBT Hình học THPT của chúng ta.

1.4.2. Điều tra thực tiễn về mối quan tâm của GV và HS đến mối liên hệ giữa Hình học THPT và thực tiễn trong quá trình dạy học Hình học

Chúng tôi đã thiết kế phiếu điều tra (xem Phụ lục số 1, Phụ lục số 2) và tổng hợp ý kiến từ 50 GV và 300 HS (con số thực lớn hơn 50 và 300, nhưng chúng tôi lấy tròn số để tiện cho việc tính toán số liệu thống kê) của các trường THPT sau:

Trường THPT Cầu Giấy, Hà Nội,

Trường THPT Vĩnh Bảo, Hải phòng,

Trường THPT Gia lộc, Hải Dương,

Trường THPT Văn Lâm, Hưng Yên,

Trường THPT Phù Yên, Sơn La,

Trường THPT Hiệp Bình,quận Thủ Đức, TP Hồ Chí Minh.

Để thuận lợi cho GV và HS khi trả lời các câu hỏi, trong phiếu hỏi chúng tôi đã có sự gợi ý về những mối liên hệ giữa Hình học THPT và thực tiễn liên hệ cụ thể như sau: Các hình, khối có dạng hình học nào đó, tính toán độ dài, khoảng cách, diện tích thể tích của các hình khối trong thực tiễn, sử dụng các mối quan hệ song song, vuông góc vào thực tiễn, giải thích một vài hiện tượng thực tế....

Kết quả phiếu điều tra số 1:(Dành cho GV)

* Về sự quan tâm của các thầy cô giáo đến những bài toán thực tiễn (câu hỏi 1): Có khá nhiều các thầy cô giáo (41/50) ít quan tâm. Thậm chí có một số thầy cô không bao giờ quan tâm đến (3/50).

* Khi được hỏi "Các thầy cô sử dụng những hình vẽ, những bài đọc thêm, những bài toán có gắn với thực tiễn có trong SGK dưới hình thức nào?" thì có quá nửa số GV được hỏi (29/50) thường bỏ qua những điều đó hoặc cho HS tự đọc (10/50); chỉ có số ít GV (11/50) sử dụng để gợi động cơ mở đầu. Điều này chứng tỏ đa số GV không mấy quan tâm đến ý nghĩa thực tiễn của các nội dung toán học được dạy cho HS.

* Kết quả này cũng phù hợp với kết quả trả lời cho câu hỏi 3 và 4: Đa số các thầy cô (48/50) tự đánh giá là chỉ dạy được dưới 5 bài toán thực tiễn trong quá trình dạy học hình học ở trường phổ thông. Chỉ có 2/50 GV tự đánh giá là đã dạy được từ 5 đến dưới 10 bài.

Việc sử dụng các bài toán thực tiễn trong quá trình dạy học hình học ở trường phổ thông của các đồng nghiệp, kết quả cũng không khá hơn: Không có ai dạy được quá 10 bài.

* Mặc dầu tất cả các GV (50/50) được hỏi đều thừa nhận "Thực tiễn mà không có lí luận hướng dẫn thì thành thực tiễn mù quáng; Lí luận mà không liên hệ với thực tiễn là lí luận suông"; Nhưng khi được hỏi: "Theo thầy cô việc dạy học môn Toán nói chung và môn Hình học nói riêng có cần thiết cho HS thấy cách thức vận dụng kiến thức vào thực tiễn hay không?", các ý kiến trả lời chia thành ba phần tương đương: khoảng một phần ba GV được hỏi cho rằng "cần", khoảng một phần ba trả lời "không cần" và số còn lại trả lời "nước đôi" là "chưa có ý kiến".

* Để tìm hiểu rõ hơn về ý kiến trên, chúng tôi đặt vấn đề xem "môn Hình học có từng được vận dụng vào giải quyết các vấn đề hay bài toán thực tiễn hay không?". Tất cả số GV được hỏi (50/50) đều cho rằng không dùng bao giờ hoặc có dùng cũng chỉ vài ba lần mà thôi.

Chính vì vậy, việc đặt ra các bài toán Hình học gắn với thực tiễn không phải là chuyện dễ. Hầu hết các GV được hỏi cũng chỉ cho rằng mình có thể bổ sung được dưới 3 bài toán gắn với thực tiễn khác với những bài đã có trong SGK Hình học, SBT Hình học trong quá trình dạy học môn Hình học ở trường THPT.

* Nguyên nhân của tình hình trên là do rất khó tìm ra những kiến thức Hình học trong chương trình THPT vận dụng ngay vào thực tiễn (44/50); trong các SGK, SBT, sách tham khảo cũng ít thấy (44/50); hoặc thời gian dạy trên lớp không cho phép (42/50). Đặc biệt, có một tỉ lệ nhỏ các thầy cô giáo ít quan tâm đến vấn đề này (4/50).

* Tuy nhiên đa số các GV được hỏi (46/50) đều đồng tình với ý kiến "cần giảm bớt những bài toán khó trong SGK để tăng cường những bài toán có liên quan đến thực tiễn".

Kết quả phiếu điều tra số 2:(Dành cho HS)

Khi được hỏi "Trong quá trình dạy học Hình học ở trường THPT, các thầy cô dạy Toán có đặt ra cho các em những bài toán Hình học liên quan đến thực tiễn hay không?", có tới non nửa số HS (138/300) cho rằng chưa có lần nào và số còn lại (162/300) cho rằng có dưới 5 bài. Điều đó chứng tỏ những bài toán Hình học liên quan đến thực tiễn chưa được các thầy cô giáo quan tâm đúng mức. Ngay cả việc liên hệ giữa Hình học với thực tiễn trong quá trình dạy học Hình học ở trường THPT (câu hỏi 2), hầu như các thầy cô dạy Toán cũng ít liên hệ (tỉ lệ chọn câu trả lời giống như câu hỏi 1. Kết quả này

phù hợp với kết quả trả lời cho câu hỏi 4: Trong quá trình học môn Hình học ở trường THPT, các em đã biết dưới 5 bài toán Hình học có liên quan tới thực tiễn. Cũng chưa có thầy cô nào đặt ra những bài toán Hình học liên quan đến thực tiễn khác với những bài toán thực tiễn có trong SGK, SBT Hình học (300/300 trả lời không có bài nào).

Tuy nhiên, khi được hỏi "Trong quá trình học môn Hình học ở trường THPT, em có thích những bài toán Hình học có liên quan tới thực tiễn hay không?" (câu hỏi 5), kết quả có tới 268/300 HS trả lời là "có thích" và có tới 32/300 HS (xấp xỉ 10%) còn trả lời là "rất thích". Sở dĩ các em thích những bài toán Hình học có liên quan tới thực tiễn (câu hỏi 6) vì đa số (283/300) HS cho rằng "Qua đó em biết ý nghĩa, tác dụng của môn Hình học"; số ít còn lại (17/300) không biết vì sao em không thích những bài toán Hình học có liên quan tới thực tế.

Với những bài toán Hình học có liên quan đến thực tiễn mà các em được biết (câu hỏi 8), các em đều cho rằng chúng thuộc loại tương đối khó (166/300) hoặc thuộc loại trung bình (134/300).

Khi được hỏi "Cần thiết phải tăng cường thêm bao nhiêu bài toán Hình học có liên quan đến thực tiễn?", có tới hơn hai phần ba (215/300) số HS cho rằng cần tăng thêm hơn mười bài; cũng có một vài em (9/300) không biết cụ thể là bao nhiêu, nhưng không có em nào cho rằng việc đưa thêm các bài toán Hình học có liên quan đến thực tiễn là không cần thiết (0/300).

Tuy nhiên, trong thực tế hầu như chưa có em nào (296/300) đã từng vận dụng những kiến thức Hình học vào thực tiễn; chỉ có 4 em đã từng vận dụng những kiến thức Hình học vào thực tiễn từ 1 đến 3 lần.

Kết quả điều tra trên đây cho thấy:

- Hầu hết các thầy cô giáo chưa quan tâm đúng mức đến những bài toán Hình học liên quan với thực tiễn, trong khi hầu hết HS đều tỏ ra có hứng thú với các bài toán loại này.

- Mặc dù các em cũng chưa từng vận dụng những kiến thức Hình học vào thực tiễn, nhưng qua các bài toán Hình học liên quan với thực tiễn, các em thấy được ý nghĩa, tác dụng của môn Hình học và đề nghị cần tăng thêm hơn mười bài loại này trong quá trình học môn Hình học ở trường THPT.

Một số kết luận từ điều tra thực tiễn:

+ Hầu hết các GV được hỏi đều nhận thức được tầm quan trọng của thực tiễn và sự cần thiết phải tăng cường các bài toán thực tiễn trong quá trình dạy học môn Hình học ở trường THPT.

+ Trên thực tế, mới tìm được rất ít những ứng dụng thực tế của những kiến thức Hình học ở trường THPT.

+ Đa số HS đều có mong muốn các thầy cô bổ sung thêm những bài toán thực tiễn để HS thấy rõ hơn ý nghĩa của những kiến thức được học.

1.5. Tiểu kết chương 1

+ Những kết quả nghiên cứu lịch sử cho thấy: Trong quá trình phát sinh và phát triển, Toán học luôn gắn với thực tiễn. Thực tiễn đã đặt ra những bài toán và việc nghiên cứu giải quyết những bài toán đó đã hình thành và phát triển Toán học nói chung, Hình học nói riêng. Sau đó, nhờ công cụ toán học, con người đã giải quyết những vấn đề nảy sinh trong đời sống hàng ngày như đong, đo, đếm, tính toán.... Tuy nhiên, những bài toán Hình học là bài toán thực tiễn thực sự chỉ có số lượng rất khiêm tốn. Ta chỉ thấy (không nhiều lắm) những bài toán Hình học phỏng thực tiễn (như những bài toán cổ Trung Hoa).

+ Ở trong nước đã có một số công trình nghiên cứu đề cập đến những bài toán có nội dung thực tế. Một số tác giả đã đưa vào những sự kiện, hiện tượng trong thực tế có liên quan tới kiến thức toán học phổ thông; hoặc đã quan tâm

đến việc sử dụng phương tiện có trong thực tế hỗ trợ cho việc dạy học Hình học, giúp HS khám phá một số tri thức Hình học không gian. Một số công trình đã nghiên cứu một cách chung nhất về ứng dụng toán sơ cấp, toán phổ thông vào thực tiễn; hoặc nghiên cứu vận dụng các phân môn Giải tích, Xác suất, Số học và Đại số vào thực tiễn.

+ Ở nước ngoài, một số trường đại học đã có những chương trình, dự án kết nối Toán học với cuộc sống. Các HS sẽ thảo luận và giải quyết các vấn đề liên quan tới nhà trường và cụm dân cư của họ. Có một số luận án Tiến sĩ đã quan tâm đến cách kết nối toán học với thực tế hay cuộc sống hàng ngày, tập trung vào sự phát triển những ý tưởng trong lịch sử và cá nhân, đặt trong một mô hình theo ngữ cảnh. "Toán học trong cuộc sống hàng ngày" đã được thêm vào như là một chủ đề mới trong suốt cả mười năm giáo dục bắt buộc. Theo đó, người học xây dựng các khái niệm toán học theo cách nghĩ của riêng mình; một tình huống thực tế có ý nghĩa dẫn đến các nhiệm vụ và các vấn đề cần phải thực hiện, sẽ tạo nên động lực học tập cho HS. Nghiên cứu giảng dạy và học tập thông qua các mô hình toán học và các ứng dụng đã phát triển khá mạnh mẽ trong vài thập kỷ gần đây.

+ Trong thế kỷ XXI, việc vận dụng Toán học vào giải quyết vấn đề, đặc biệt là những vấn đề nảy sinh từ thực tiễn là một trong những năng lực của người học cần quan tâm, phát triển và được nhiều nước trên thế giới đặt ra.

+ Tuy nhiên, kết quả điều tra thực trạng về dạy học Hình học gắn với thực tiễn với một mẫu khiêm tốn từ 50 GV và 300 HS ở một số trường THPT cho thấy: Hầu hết các GV được hỏi qua phiếu điều tra đều nhận thức được tầm quan trọng của thực tiễn và sự cần thiết phải tăng cường các bài toán thực tiễn trong quá trình dạy học môn Hình học ở trường THPT; nhưng chỉ có thể tìm ra được rất ít những ứng dụng thực tế của những kiến thức Hình học ở trường THPT.

Về phía HS: Đa số HS đều có mong muốn các thầy cô bổ sung thêm những bài toán thực tiễn để HS thấy rõ hơn ý nghĩa của những kiến thức được học.

+ Kết quả thống kê từ các SGK, SBT, sách nâng cao Hình học các lớp 10, 11, 12 cho thấy: Ngoài những hình vẽ, hình ảnh gắn với thực tiễn minh họa cho nội dung bài học và những Bài đọc thêm/Có thể em chưa biết, trong các SGK và SBT Hình học lớp 10 có 17 bài toán và trong các SGK và SBT Hình học lớp 11 có 3 bài toán gắn với thực tiễn. Trong đó có thể nói hầu hết chỉ là những bài toán có yếu tố thực tiễn, có rất ít những bài toán có thật trong thực tiễn. Đặc biệt, trong các SGK và SBT Hình học lớp 12 không có bài toán nào gắn với thực tiễn. Điều đó cho thấy có sự bất cập trong cách viết SGK, SBT Hình học THPT của chúng ta.

Trên cơ sở tổng quan về lí luận và những công trình đã công bố liên quan tới các dạy học các bài toán hình học gắn với thực tiễn, cùng với kết quả điều tra thực trạng, chúng tôi tự tin về cơ sở lí luận và thực tiễn của vấn đề nghiên cứu của mình. Đồng thời chúng tôi kì vọng vào những đóng góp có ý nghĩa khoa học và có giá trị thực tiễn của mình trong chương tiếp theo.

Chương 2
BIỆN PHÁP THIẾT KẾ BÀI TOÁN HÌNH HỌC GẮN VỚI THỰC TIỄN VÀ SỬ DỤNG CHÚNG TRONG DẠY HỌC HÌNH HỌC Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Chúng tôi định hướng cho việc nghiên cứu và đề xuất các biện pháp thiết kế bài toán hình học gắn với thực tiễn và sử dụng trong dạy học Hình học ở trường Trung học phổ thông như sau:

Định hướng 1: Các bài toán đưa ra phải phục vụ nội dung giáo dục phổ thông, phù hợp với yêu cầu đổi mới căn bản toàn diện giáo dục Việt Nam trong giai đoạn hiện nay [3]: Nội dung giáo dục phổ thông bảo đảm tinh giản, hiện đại, thiết thực, thực hành, vận dụng kiến thức vào thực tiễn. [4]

Định hướng 2: Các biện pháp góp phần phát triển chương trình giáo dục: "Điều chỉnh, bổ sung, cập nhật, làm mới toàn bộ hoặc một số thành tố của chương trình giáo dục, bảo đảm khả năng phát triển và ổn định tương đối của chương trình giáo dục đã có, nhằm làm cho việc triển khai chương trình theo mục tiêu giáo dục đặt ra đạt được hiệu quả tốt nhất, phù hợp với đặc điểm và nhu cầu phát triển của xã hội và phát triển của cá nhân học sinh". [3]

Định hướng 3: Mỗi biện pháp nhằm định hướng cho GV Toán THPT có thể thiết kế được một số bài toán để sử dụng trong quá trình dạy học. Cụ thể như sau:

- Có biện pháp để thiết kế bài toán Hình học giúp HS tìm tòi, phát hiện, khám phá những tri thức trong bài học, hỗ trợ cho HS tiếp cận khái niệm, định lí (biện pháp 1).
- Có biện pháp để thiết kế bài toán Hình học giúp cho HS thấy được ý nghĩa, giá trị thực tiễn của những tri thức Hình học (biện pháp 2, biện pháp 3).
- Có biện pháp để thiết kế bài toán Hình học giúp HS đào sâu, mở rộng kiến thức (biện pháp 3, biện pháp 4).

- Có biện pháp nhằm thiết kế các bài toán để đánh giá năng lực hiểu biết toán, vận dụng Toán học vào thực tiễn của HS (biện pháp 4).
- Có biện pháp để thiết kế bài toán Hình học giúp HS luyện tập, củng cố kiến thức, kĩ năng thông qua tính toán các đại lượng Hình học (biện pháp 5).

Yêu cầu: Trong mỗi biện pháp cần trình bày rõ:

- Mục đích của biện pháp;
- Căn cứ của biện pháp;
- Cách thực hiện biện pháp và cách sử dụng các bài toán đã thiết kế trong dạy học Hình học ở trường THPT.

Định hướng 4: Các bài toán phải thiết kế sao cho phù hợp với trình độ, năng lực HS và những kiến thức Hình học THPT.

Với những bài toán hoặc vấn đề khó, cần phân bậc hoạt động, gợi động cơ (mở đầu, trung gian, kết thúc) để HS có thể vượt qua được những khó khăn, trở ngại trong quá trình giải quyết vấn đề.

Chúng tôi không tách riêng cách thực hiện biện pháp và cách sử dụng các bài toán thiết kế được trong dạy học Hình học ở trường THPT vì các bài toán được thiết kế đều dựa trên một tình huống dạy học cụ thể và chúng chủ yếu được sử dụng trong tình huống dạy học cụ thể đó. Chẳng hạn như bài toán đặt ra (thông qua hệ thống câu hỏi, hoạt động tìm tòi phát hiện) trong bài dạy về hình tròn xoay sẽ được sử dụng trong chính tình huống dạy học khái niệm về hình tròn xoay.

Trong các biện pháp, vừa có những biện pháp mới chưa được đề cập trong công trình nào (như biện pháp khai thác các bài toán Hình học ẩn giấu trong các công trình kiến trúc), vừa có biện pháp mang tính kế thừa, nhưng có bổ sung, chỉnh sửa phù hợp với hoàn cảnh mới từ những kết quả đã có (như biện pháp tạo ra các bài toán về hiểu biết toán, mô hình toán học hóa…).

2.1. Biện pháp 1. Thiết kế những bài toán khám phá tri thức Hình học dựa trên phương tiện dạy học làm từ những vật liệu đơn giản trong thực tế.

2.1.1. Mục đích của biện pháp

Biện pháp này giúp GV thiết kế được những bài toán hoặc những tình huống để HS khám phá những tri thức Hình học dựa trên những phương tiện dạy học làm từ những vật liệu đơn giản có sẵn trong thực tế.

2.1.2. Căn cứ của biện pháp

+ Căn cứ vào quy luật của hoạt động nhận thức

Theo triết học duy vật biện chứng, quy luật chung nhất của hoạt động nhận thức là "Từ trực quan sinh động đến tư duy trừu tượng và từ tư duy trừu tượng đến thực tiễn, đó là con đường biện chứng của sự nhận thức chân lí, của sự nhận thức thực tại khách quan" [27]. Quá trình nhận thức gồm hai giai đoạn: Nhận thức cảm tính và nhận thức lí tính. Nhận thức cảm tính là giai đoạn đầu tiên của quá trình nhận thức. Đó là giai đoạn con người sử dụng các giác quan để tác động vào sự vật nhằm nắm bắt sự vật ấy. Nhận thức cảm tính là cơ sở, là nơi cung cấp nguyên liệu cho nhận thức lí tính. Các phương tiện dạy học có tác dụng hỗ trợ nhận thức cảm tính cho HS.

+ Căn cứ vào quan niệm "Thế nào là dạy học hiệu quả?"

Theo Bùi Văn Nghị (2009): Để dạy học môn Toán có hiệu quả, người GV không chỉ "truyền thụ" cho HS những tri thức Toán học trong chương trình, mà phải làm cho HS hiểu được những tri thức Toán học đó được bắt nguồn, nảy sinh từ đâu, hoàn thiện như thế nào, Toán học có liên hệ và có ứng dụng vào thực tiễn ra sao? Không nên "quan niệm rằng môn Toán phổ thông chỉ là tập hợp các công thức, quy tắc, những thủ tục chỉ để học thuộc và thực hành" [32] và dành nhiều thời gian rèn luyện cho HS tính toán, giải toán.

Thực tiễn cho thấy nhiều GV Toán chưa coi trọng việc dạy các khái niệm. Khái niệm chỉ được họ dạy "qua loa", rồi nhanh chóng chuyển sang

những định lí, công thức, quy tắc, bài tập. Theo Stein (2001): "Tại các lớp học, trong khi ở Mỹ, khái niệm được GV trình bày tới 78% thời gian, thì ở Nhật chỉ có 17% , ở Đức chỉ có 23% thời gian" [105, tr. 116]. Tại Việt Nam, theo quan sát của chúng tôi, tình trạng cũng tương tự như ở Nhật, thậm chí còn ít hơn.

+ Căn cứ vào ý nghĩa, tác dụng của phương tiện dạy học

Theo Nguyễn Bá Kim [26, tr. 427]: "khái niệm phương tiện dạy học được hạn chế ở những thiết bị có chứa đựng hoặc chuyển tải những thông tin về nội dung dạy học và về sự điều khiển quá trình dạy học", "bàn, ghế... không phải là phương tiện dạy học đúng theo nghĩa này". Mỗi phương tiện dạy học có thể giúp HS thực hiện một số trong các chức năng sau: kiến tạo tri thức, rèn luyện kĩ năng, kích thích hứng thú học tập, tổ chức điều khiển quá trình học tập, hợp lí hóa công việc của thầy và trò.

+ Căn cứ vào ý nghĩa, tác dụng của phương pháp dạy học khám phá trong môn Toán

Theo Bùi Văn Nghị (2009) [32, tr. 161]: Phương pháp dạy học khám phá được hiểu là phương pháp dạy học trong đó dưới sự hướng dẫn của GV, thông qua các hoạt động, HS khám phá ra một tri thức nào đấy trong chương trình môn học. Theo đó, GV có thể tạo ra một tình huống phát hiện, khám phá, một tình huống lựa chọn, một tình huống mở, nhằm tạo điều kiện cho HS đề xuất những quan niệm, những giải pháp. Người GV cũng có thể khai thác, tìm tòi các phương tiện dạy học, tạo ra môi trường để HS phát hiện, khám phá những tri thức mới.

Khám phá trong dạy học môn Toán là một kiểu dạy học hiệu quả vì nó có thể mang đến cho HS cơ hội khám phá kiến thức toán trong một môi trường học tập thú vị và mang tính tương tác cao (Bailey, 2007 [66];

Jaworski, 1994 [79]; Orton-Frobisher, 1996 [96]; Ponte, 2007[97]). Trong môi trường khám phá Toán, HS được khuyến khích khám phá các tri thức Toán học bằng các hoạt động trải nghiệm như quan sát, đặt câu hỏi và giả thuyết, đoán và thử, đặc biệt hóa, tìm kiếm quy luật, khái quát hóa và được tự do theo đuổi các ý tưởng toán học phù hợp với mức độ nhận thức của bản thân mà không bị ràng buộc bởi việc đưa ra được câu trả lời đúng (Quinnell, 2010). [98]

Flewelling và Higginson (2002) [81] đã chỉ ra rằng HS thật sự bị cuốn hút vào các giờ học toán nếu các em được làm việc trong một môi trường học tập đặt trọng tâm vào hoạt động khám phá Toán học.

Theo Nguyễn Bá Kim (2006): Tri thức được trình bày không phải dưới dạng có sẵn mà là trong quá trình người ta khám phá ra chúng; quá trình này là một sự mô phỏng và rút gọn quá trình khám phá thật sự. [26, tr. 177]

Điều đó buộc các GV toán phải nỗ lực đổi mới việc dạy học toán của mình. Họ phải hướng đến việc dạy toán theo nhiều hoạt động, phải tạo ra được môi trường học tập tích cực nhằm kích thích HS tự tìm tòi, khám phá kiến thức để phát triển khả năng giải quyết vấn đề và tư duy toán học của mình.

+ Căn cứ vào tình hình thực tế của Việt Nam: nhiều vùng miền còn khó khăn về cơ sở vật chất, trang thiết bị… nên việc lựa chọn vật liệu đơn giản là phù hợp, khả thi và có ý nghĩa.

Những hình ảnh, hình vẽ Hình học có liên quan với thực tiễn đã có trong các SGK như chúng tôi đã liệt kê ở chương 1 và phụ lục 7 đã được không ít GV sử dụng để gợi động cơ mở đầu bài học, tạo sự hấp dẫn, hứng thú cho HS. Chẳng hạn hình ảnh hoặc video về những người thợ làng nghề đã tạo ra những hình tròn xoay như thế nào? (hình 11)

Hình 11. Hình ảnh về khối tròn xoay

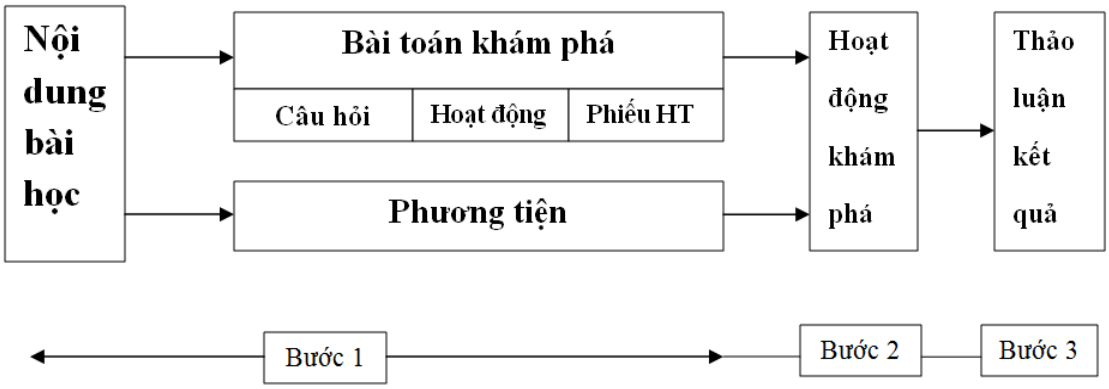
Cũng cần lưu ý rằng một khi đã sử dụng hình ảnh, hình vẽ Hình học có liên quan với thực tiễn để gợi vấn đề thì trước khi kết thúc bài học cần quay trở lại giải quyết vấn đề đã đặt ra ban đầu. Điều đó hoàn toàn phù hợp với các quy luật triết học: Từ trực quan sinh động đến tư duy trừu tượng và từ tư duy trừu tượng lại trở về thực tiễn.

Trong [32, tr. 35], Bùi Văn Nghị đã đề xuất một phương tiện dạy học đơn giản nhưng khá hiệu quả trong việc giúp HS phát hiện, khám phá tri thức trong dạy học chương "đường thẳng, mặt phẳng và quan hệ song song". Phương tiện dạy học được tác giả trình bày trong bài báo này gồm một khay (K), dạng hình hộp chữ nhật không nắp, được làm bằng nhựa trong, đựng nước trong, màu xanh, non nửa khay; một thước kẻ có chia milimet và một thước kẻ dẹt và một phiếu học tập, ghi những hướng dẫn hoạt động và bảng ghi kết luận, tương ứng với nội dung hoạt động. GV hướng dẫn HS dùng dụng cụ học tập nói trên để khám phá, phát hiện những tính chất về quan hệ song song bằng cách thực hiện những hoạt động theo gợi ý của GV, kết quả hoạt động ghi lại trên phiếu học tập.

Nhờ phương tiện này, GV có thể tạo nên hàng chục pha dạy học về quan hệ song song trong không gian, làm cho HS học tập hứng thú hơn, tích cực, chủ động hơn trong việc khám phá, tìm ra những tri thức mới, góp phần đổi mới phương pháp dạy học môn toán ở trường phổ thông.

2.1.3. Cách thực hiện biện pháp và cách sử dụng các bài toán thiết kế được.

Chúng tôi đề xuất quy trình thực hiện biện pháp này như sau:



Sơ đồ 1

Bước 1(chuẩn bị): GV dựa trên nội dung bài học để thiết kế những bài toán phát hiện khám phá tri thức Hình học cho HS (thông qua câu hỏi, hoạt động, phiếu học tập...) và thiết kế những phương tiện làm từ những vật liệu đơn giản trong thực tế hỗ trợ HS giải quyết các bài toán đó, dự kiến các câu trả lời và kết quả hoạt động mong đợi.

Bước 2(triển khai thực hiện): GV tổ chức và điều hành trên lớp; HS hoạt động khám phá tri thức và ghi lại các kết quả hoạt động.

Bước 3(trao đổi thảo luận chung toàn lớp): GV tổ chức HS trao đổi thảo luận về kết quả giải quyết bài toán chung toàn lớp.

Ví dụ 2.1.1. Thiết kế bài toán tìm hiểu về các thiết diện cônic (Hình học 10)

Bước 1 (Chuẩn bị):

+ Nội dung: Tìm hiểu về các thiết diện cônic

+ Thiết kế phương tiện:

Ta có thể dùng những chiếc phễu hình nón bằng vật liệu trong suốt (nhựa trong, thủy tinh…), đựng nước mầu (cho dễ quan sát), bịt kín, để có thể quan sát mặt nước ở các dạng hình cônic khác nhau khi thay đổi vị trí chiếc

phễu. Cũng có thể dùng những chiếc phễu hình nón bằng nhựa cứng hoặc thủy tinh dùng làm khuôn tạo ra những khối nón bằng đất nặn (thường dùng làm đồ chơi cho trẻ em), rồi dùng dao cắt khối đất này, tạo ra các dạng thiết diện cônic khác nhau.

Hình 12 Hình 13

+ Thiết kế phiếu học tập

Nội dung phiếu học tập có thể như sau:

Dùng những phương tiện trên đây để quan sát, tìm hiểu xem khi cắt một mặt nón tròn xoay bởi một mặt phẳng (mặt cắt) không đi qua đỉnh nón ta được đường gì và ghi câu trả lời vào phiếu học tập sau:

STT	Các trường hợp của mặt cắt	Hình dạng thiết diện
1	Mặt cắt vuông góc với trục hình nón	Đường tròn
2	Mặt cắt xiên góc với trục hình nón	Đường elip
3	Mặt cắt song song với trục hình nón	Đường hypebol
4	Mặt cắt song song với một đường sinh hình nón	Đường parabol

Bước 2 (triển khai thực hiện)

HS thực hiện những yêu cầu hoạt động của GV và ghi phiếu học tập. Chú ý do HS chưa biết khái niệm trục, đường sinh của hình nón, nên GV cần giải thích thêm: Trường hợp 1 (mặt cắt vuông góc với trục hình nón) được hiểu là mặt cắt song song với đáy nón; Trường hợp 2 (mặt cắt xiên góc với trục hình nón) được hiểu là mặt cắt không song song với đáy nón; Trường hợp 3 (mặt cắt song song với trục hình nón) được hiểu là mặt cắt vuông góc với đáy nón; Trường hợp 4 đường sinh hình nón được hiểu là đoạn thẳng nối đỉnh với một điểm thuộc đáy nón.

Bước 3 (trao đổi thảo luận chung toàn lớp): GV cho các nhóm trình bày kết quả của nhóm mình và thảo luận chung toàn lớp.

Ví dụ 2.1.2. Thiết kế bài toán tìm hiểu khám phá về đường thẳng và mặt phẳng vuông góc (Hình học 12)

Bước 1 (chuẩn bị):

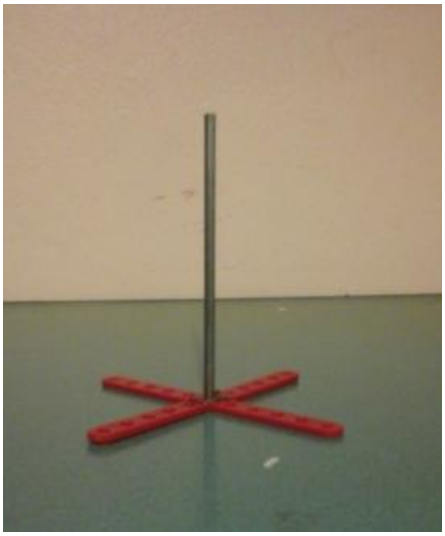
+ Nội dung:

(1) Phát hiện điều kiện đường thẳng vuông góc với mặt phẳng;

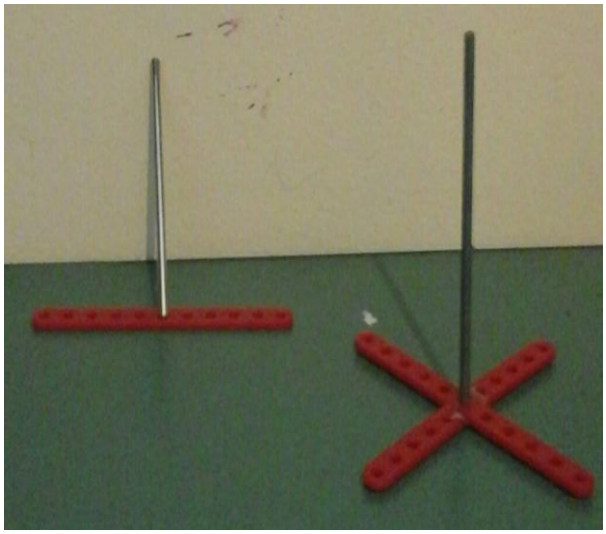
(2) Một số tính chất về quan hệ vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

+ Thiết kế phương tiện:

Với nội dung (1): Để chuẩn bị cho HS tìm hiểu khám phá về đường thẳng và mặt phẳng vuông góc, ta có thể chuẩn bị một số ống nhựa cứng, thẳng hoặc những que tre được gắn với một số chân đế cũng làm bằng ống nhựa hoặc que tre. Trong các chân đế đó có một số chân đế dạng một đường thẳng, một số chân đế có dạng hai đường thẳng cắt nhau, một số chân đế có dạng nhiều đường thẳng cắt nhau. (Hình 14a, hình 14b: sử dụng bộ lắp ghép mô hình kĩ thuật lớp 5 tạo ra phương tiện).

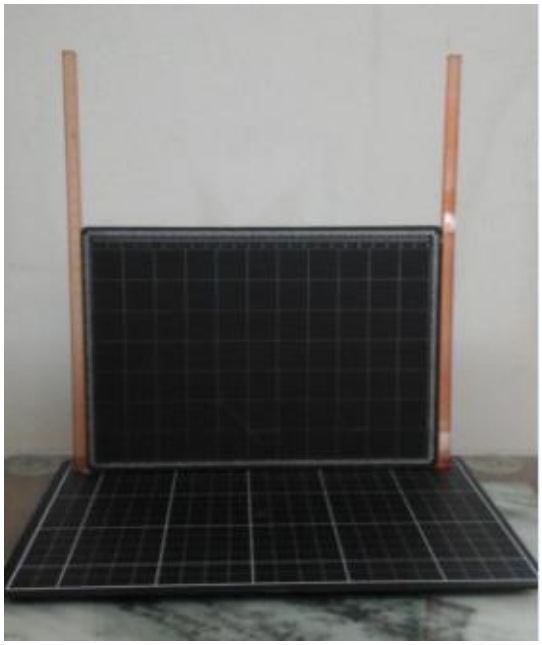


Hình 14a



Hình 14b

Với nội dung (2): Chuẩn bị một số miếng gỗ hoặc miếng xốp dạng khối hộp chữ nhật, có thể đặt đứng yên vị cùng với những ống nhựa hoặc que tre nói trên (tựa như những bức tường gắn kết với những chiếc cột). Hình 15 dùng thước kẻ và bảng phấn làm mô hình.



Hình 15

+ Thiết kế câu hỏi, hoạt động cho HS:

Câu hỏi cho nội dung (1): Để một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì đường thẳng đó cần phải vuông góc với ít nhất mấy đường thẳng

trong mặt phẳng?

A) Một đường thẳng

B) Hai đường thẳng cắt nhau

C) Hơn hai đường thẳng cắt nhau.

(Lựa chọn phương án B vì nếu chọn phương án A thì đường thẳng không đứng vững trên mặt phẳng; nếu chọn phương án C thì không phải là ít nhất về số đường thẳng trong mặt phẳng).

Các câu hỏi cho nội dung (2):

- Khi có một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì một mặt phẳng khác chứa đường thẳng đó sẽ có quan hệ gì với mặt phẳng đã cho? Tính chất này có ý nghĩa gì đối với việc xây dựng nhà cửa?

(Câu trả lời mong đợi: mặt phẳng đó vuông góc với mặt phẳng đã cho; sử dụng dây dọi trong việc kiểm tra bức tường xây có vuông góc với mặt phẳng nền nhà hay không?).

- Quan sát hai hình ảnh về xây dựng nhà cửa ở hình 16, hình 17 và trả lời xem hai cách xây dựng này có gì giống nhau và có gì khác nhau? Chỉ ra ý nghĩa toán học ẩn chứa trong xây dựng thông qua những hình ảnh này?

- Quan sát hình 18 và chỉ ra ý nghĩa toán học ẩn chứa trong xây dựng thông qua những hình ảnh này?

(Câu trả lời mong đợi: Giống nhau là xây khung, xây cột nhà trước khi xây tường, ghép tường; khác nhau ở chỗ: một bên là xây tường, một bên là lắp ghép tường. Ý nghĩa toán học ẩn chứa trong các hình ảnh này là để có một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước, cần phải dựa mặt phẳng đó vào một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng cho trước đó.

Bước 2 (triển khai thực hiện)

Từng nhóm HS có thể hoạt động lắp, ghép nhờ những phương tiện do GV cung cấp và chuẩn bị câu trả lời cho những câu hỏi đã được đặt ra.

Bước 3 (trao đổi thảo luận chung toàn lớp)

- Với nội dung (1), GV có thể yêu cầu HS giải thích vì sao lại chọn phương án này mà không lựa chọn phương án khác.

- Với nội dung (2), GV có thể gợi ý HS bằng cách vẽ thêm hình dạng một bức tường gạch lên một miếng gỗ hoặc miếng xốp nào đấy. GV có thể sử dụng một số hình ảnh về xây dựng tải về từ trên mạng máy tính để trình chiếu minh họa cho HS thấy (Hình 15)

Hình 16

Hình 17

Hình 18

Ví dụ 2.1.3. Thiết kế bài toán tìm hiểu về khối tròn xoay (Hình học 12)

Bước 1 (chuẩn bị):

+ Nội dung: Trong bài khái niệm về mặt tròn xoay, GV cần giới thiệu sự tạo thành các mặt tròn xoay và một số tính chất của chúng.

+ Thiết kế phương tiện:

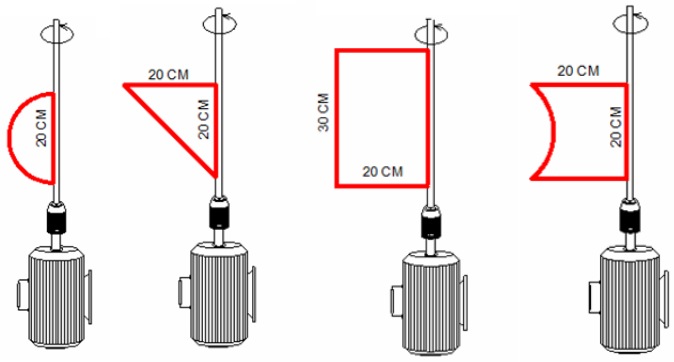
GV có thể tạo ra đồ dùng học tập cho bài khối tròn xoay như sau: Gắn chặt một miếng bìa màu có dạng hình chữ nhật vào một trục quay dọc theo một cạnh hình chữ nhật, rồi gắn chặt trục quay này vào một động cơ nhỏ (có thể lấy từ động cơ trong một số đồ chơi cho trẻ em như ô tô, xe máy… chạy bằng pin, có rất nhiều trong thực tế). (Hình 19 a, b, c, d)

+ Thiết kế phiếu học tập:

GV có thể thiết kế hệ thống câu hỏi, tìm tòi, khám phá Toán trong các phiếu học tập để giao cho từng HS hoặc từng nhóm HS nghiên cứu, trả lời. Trong trường hợp này, phiếu học tập có thể như sau (cột câu trả lời để trống cho HS điền vào; nội dung đã được điền là kết quả dự kiến của GV):

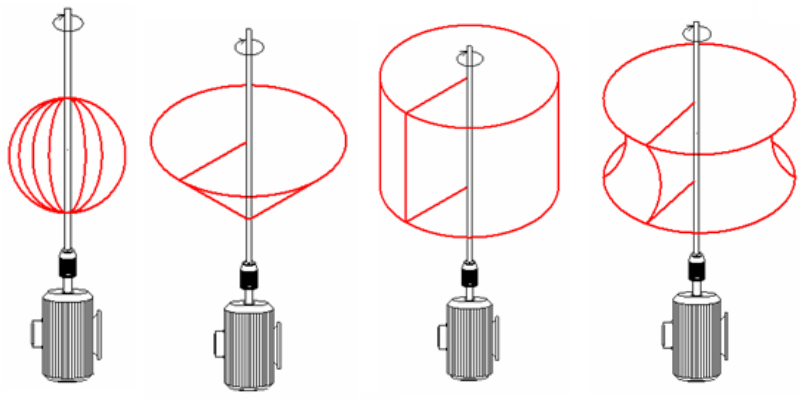
STT	Câu hỏi	Câu trả lời
1	Khi quay một đường tròn ta được hình gì ?	Hình cầu
2	Khi quay một tam giác ta được hình gì ?	Hình nón
3	Khi quay một hình chữ nhật ta được hình gì ?	Hình trụ
4	Khi quay một đường thẳng chéo nhau với trục ta được hình gì?	Hình hypeboloit tròn xoay (một tầng)
5	Mỗi điểm trên đường khi quay tạo nên đường gì?	Đường tròn
6	Thiết diện của hình tròn xoay cắt bởi một mặt phẳng vuông góc với trục là hình gì?	Hình tròn

Bước 2(triển khai thực hiện): Khi cho động cơ hoạt động, miếng bìa sẽ tạo ra một hình tròn xoay. Tùy theo miếng bìa là hình gì (nửa hình tròn, hình tam giác vuông, hình chữ nhật, …) ta được các hình tròn xoay tương ứng là hình cầu, hình nón hay hình trụ….



a b c d

Hình 19



a b c d

Hình 20

Vì các khái niệm hình cầu, hình trụ, hình nón HS đã biết từ các lớp dưới nên ta ưu tiên hoạt động tạo ra mặt cầu, mặt trụ, mặt nón trước. Sau đó sẽ đến khái niệm mặt hypeboloit tròn xoay một tầng, mặt xuyến....

Bước 3 (trao đổi thảo luận chung toàn lớp)

Với câu 4, HS chưa thể trả lời được câu hỏi này, vì các em chưa biết tên gọi của nó. Tuy nhiên GV có thể gợi ý: Hình tròn xoay nhận được hình gì mà các em đã gặp? Câu trả lời có thể là hình của chiếc lẵng hoa; hình của chiếc ấm trà, ghế mây... (Hình 21 a, b, c). Cuối cùng GV thông báo cho HS: Hình nhận được có tên là hình hypeboloit tròn xoay (một tầng).

Chú ý: chưa yêu cầu HS phân biệt rạch ròi các khái niệm hình, mặt, khối (tròn xoay) ngay từ đầu.

a b c

Hình 21

Ví dụ 2.1.4. Thiết kế bài toán về mặt Hypeboloit tròn xoay một tầng (Hình học 12)

Bước 1 (Chuẩn bị):

+ Nội dung: Tìm hiểu về mặt Hypeboloit tròn xoay một tầng

Trong SGK Hình học 12 nâng cao [48, tr. 48] đã giới thiệu về hình tròn xoay sinh bởi đường thẳng l khi quay quanh đường thẳng Δ trong trường hợp hai đường thẳng này chéo nhau. Ta có thể tạo ra mô hình mặt hyperboloit đó như sau:

+ Thiết kế phương tiện:

Lấy hai nắp hộp hình trụ làm bằng nhựa, bằng nhau và dùi thủng vành của chúng tạo nên những lỗ nhỏ cách đều nhau. Buộc những sợi dây dài bằng nhau nối hai nắp hộp đó, tạo ra những đường sinh của một hình trụ. Khi ta dùng hai tay, mỗi tay cầm một nắp hộp trên, và xoay nhẹ, ta sẽ được những vị trí khác nhau của đoạn thẳng quay xung quanh đường thẳng. (Hình 22)

Hình 22

Ta có thể tạo ra mô hình động nhờ phần mềm Cabri 3D như chúng tôi đã trình bày trong bài báo số 4 (xem công trình nghiên cứu số 4 của tác giả).

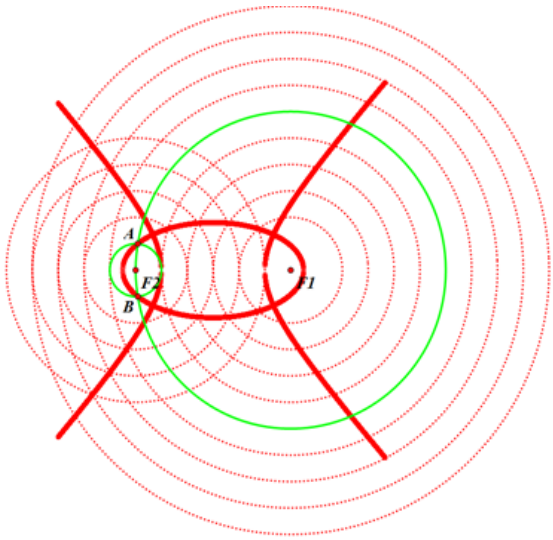
Bước 2 (triển khai thực hiện)

Trên lớp GV chạy chương trình đã thiết kế như trong bài báo số 4 (*Khai thác ý nghĩa thực tiễn của một số tri thức về mặt trụ (Hình học 12),* Tạp chí Giáo dục số 367 kì 1T10/2015) để tạo ra hình ảnh mặt hyperboloit sinh bởi đường thẳng l khi quay quanh đường thẳng Δ trong trường hợp hai đường thẳng này chéo nhau.

Bước 3 (trao đổi thảo luận chung toàn lớp): GV yêu cầu HS tìm thêm những hình trong thực tế có dạng hyperboloit.

Ngoài ra ta có thể sử dụng những chương trình đã được thiết kế có sẵn, hoặc video clip mô phỏng tình huống thực tiễn, tạo môi trường khám phá tri thức Hình học phổ thông.

Ví dụ 2.1.5. Trong SGK Hình học 10 nâng cao [46, tr. 108], mục "Em có biết" đã đưa ra hình ảnh minh họa những đường hypebol tạo bởi một số giao điểm của nhóm đường tròn tâm O và nhóm đường tròn tâm O', O ≠ O'. Ta có thể sử dụng chương trình đã được trình bày tại bài báo số 3 trong các công trình nghiên cứu của tác giả, mô phỏng các đường elip và các đường hypebol do sự giao thoa của hai làn sóng nước tạo nên, để học sinh thấy được một tình huống thực tiễn của bài học. (Hình 23)



Hình 23

Sau khi chạy chương trình mô phỏng thực tiễn này, GV yêu cầu HS thảo luận để phát hiện xem các điểm trên đường elíp có chung đặc điểm gì liên quan tới bán kính của các đường tròn làn sóng và khoảng cách giữa hai tâm các đường tròn này. Tương tự đối với Hypebol.

(Kết quả mong đợi: Mỗi điểm trên elíp có tổng hai bán kính bằng khoảng cách giữa hai tâm; Mỗi điểm trên Hypebol có hiệu hai bán kính bằng khoảng cách giữa hai tâm).

2.2. Biện pháp 2. Liên tưởng bài toán Hình học thuần túy với một tình huống thực tiễn để thiết kế bài toán gắn với thực tiễn.

2.2.1. Mục đích của biện pháp

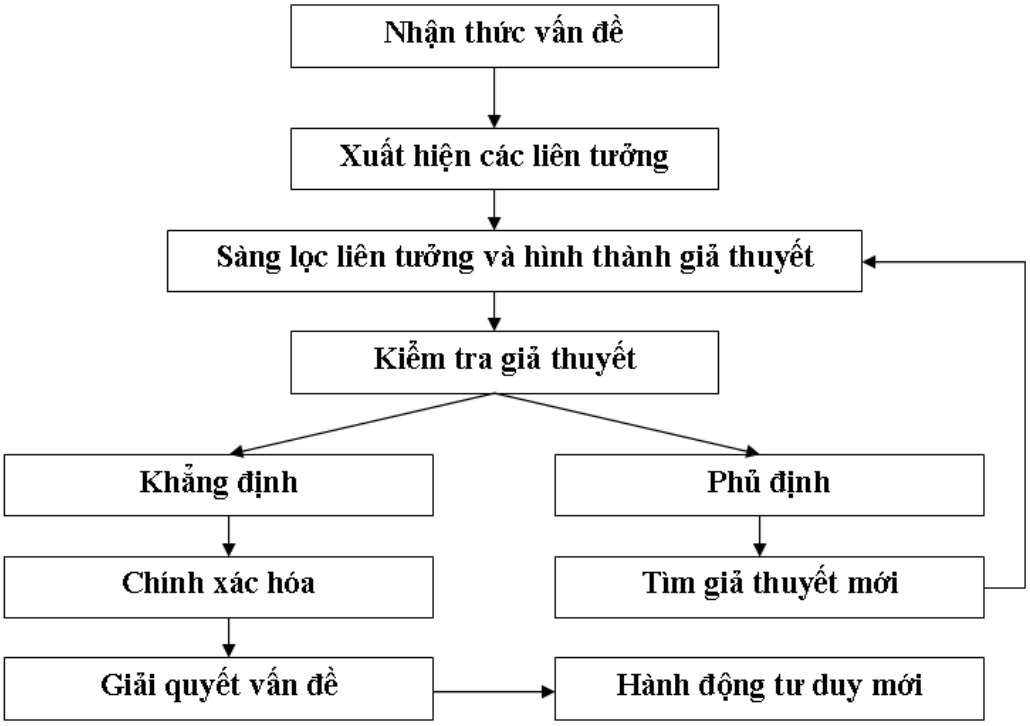
Biện pháp này nhằm tạo ra những bài toán gắn với thực tiễn từ bài toán Hình học thuần túy nhờ hoạt động liên tưởng trong tư duy.

2.2.2. Căn cứ của biện pháp

+ Căn cứ vào vai trò của liên tưởng

Liên tưởng, nghĩa là nhân một sự việc, hiện tượng nào đó mà nghĩ tới sự việc, hiện tượng khác có liên quan [52].

Theo tâm lí học liên tưởng, sự phát triển nhận thức là quá trình tích lũy các mối liên tưởng. Sự khác biệt về trình độ nhận thức được quy về số lượng các mối liên tưởng, quy về tốc độ hoạt hóa về các mối liên tưởng đó [52, tr. 60]. Trong các mối liên tưởng, đòi hỏi phải có sự sàng lọc nhằm tìm được mối liên hệ mà trong đó tri thức hiện có phù hợp với sự liên tưởng để đồng hóa hoặc nhờ sự liên tưởng đó mà điều ứng để điều chỉnh giả thuyết nhằm giải quyết vấn đề. Nhà tâm lí học K. K. Platônôp [42] đưa ra sơ đồ xem các mối liên tưởng là một thành phần cốt lõi của hoạt động tư duy, hoạt động nhận thức. [9, tr. 74]; [52, tr.60].



Sơ đồ 2: Sơ đồ hoạt động nhận thức nhờ mối liên tưởng của Platônôp.

+ Căn cứ vào vai trò của chuyển hóa sư phạm

Theo tài liệu [5, tr. 238]: Hiện tượng chuyển giao có lẽ là hiện tượng quan trọng nhất, nhưng lại ít được biết nhất trong quy trình dạy-học. Chuyển hóa kiến thức được coi là ứng dụng một giải pháp đã biết cho một tình huống

chưa biết từ trước tới lúc đó. Chuyển hóa dựa trên cơ sở năng khiếu tổng quát hóa và khả năng trừu tượng hóa.

Theo [26, Tr. 198]: Về thành phần tri thức, trong lí luận dạy học, Yves Chevallard đã phân tích lần đầu tiên quá trình tổng quát của sự biến đổi từ tri thức khoa học thành tri thức dạy học và gọi là sự *chuyển hóa sư phạm* (Chevallard 1985 và Verret 1975). Trong quá trình này tri thức được xét theo ba cấp độ: tri thức khoa học, tri thức chương trình và tri thức dạy học. Từ tri thức khoa học do các nhà khoa học tìm ra, ta phải sàng lọc, xác định mức độ yêu cầu và cách thức diễn đạt cho phù hợp với mục tiêu và điều kiện của xã hội để đảm bảo sự *tương hợp* của hệ thống dạy học với môi trường của nó để được *tri thức chương trình*. Công việc này chịu sự tác động của những cộng đồng xã hội: những nhà nghiên cứu chương trình, những nhà giáo dục, những nhà Toán học, GV và phụ huynh HS... Tri thức chương trình là đối tượng dạy học, là mục tiêu dạy của thầy và mục tiêu học của trò.

Ở cấp độ lớp học, ta nói tới *tri thức dạy học*. Để đạt được mục tiêu dạy học, thầy giáo phải tổ chức lại tri thức quy định trong chương trình, SGK và biến thành *tri thức dạy học* theo khả năng sư phạm của mình, với những ràng buộc của lớp, phù hợp với trình độ HS và những điều kiện học tập khác.

Sự *chuyển hóa sư phạm* bao gồm hai khâu: chuyển tri thức khoa học thành tri thức chương trình và chuyển tri thức chương trình thành tri thức dạy học, trong đó người thầy thực hiện chủ yếu là khâu thứ hai.

"*Thầy giáo nói chung không dạy nguyên dạng tri thức khoa học hay tri thức chương trình mà phải chuyển hóa tri thức chương trình thành tri thức dạy học. Nắm vững tri thức khoa học là một điều kiện cần nhưng chưa đủ để đảm bảo kết quả dạy học*." [26, tr. 223].

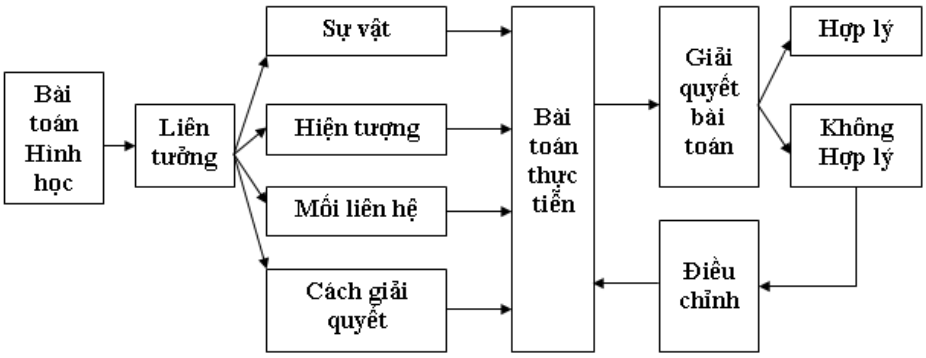
+ Căn cứ vào nội dung chương trình, SGK THPT

Như đã trình bày ở trong chương 1, trong các SGK của các nước đã xuất hiện những bài toán là kết quả của sự liên tưởng những bài toán hình học thuần túy với một tình huống thực tiễn. Chẳng hạn, từ bài toán "Cho hai điểm *A, B* nằm về một phía của đường thẳng *d*. Hãy xác định điểm *M* trên *d* sao cho (*AM* + *MB*) bé nhất", ta có thể liên tưởng đến tình huống thực tiễn: Người ta tổ chức một cuộc chạy thi trên bãi biển với điều kiện sau: Các vận động viên xuất phát từ địa điểm *A* và đích là địa điểm *B*, nhưng trước khi đến *B* phải nhúng mình vào nước biển (giả sử rằng mép nước biển là một đường thẳng). (Bài toán về trò chơi trên bờ biển, áp dụng phép đối xứng trục) [46, tr. 12]. Để chiến thắng trong cuộc chạy đua này, ngoài tốc độ chạy, còn có một yếu tố quan trọng là vận động viên phải xác định vị trí M ở mép nước mà mình phải chạy từ A tới để nhúng mình vào nước biển, rồi từ đó chạy đến B sao cho quãng đường phải chạy là ngắn nhất.

Trong SGK Hình học 10 [46] cũng đưa ra nhiều bài toán thực tiễn áp dụng cách giải tam giác.

2.2.3. Cách thực hiện biện pháp và cách sử dụng các bài toán thiết kế được

Chúng tôi đề xuất quy trình thực hiện biện pháp này như sau:



Sơ đồ 3. Quy trình thiết kế bài toán thực tiễn từ bài toán Hình học thuần túy nhờ liên tưởng

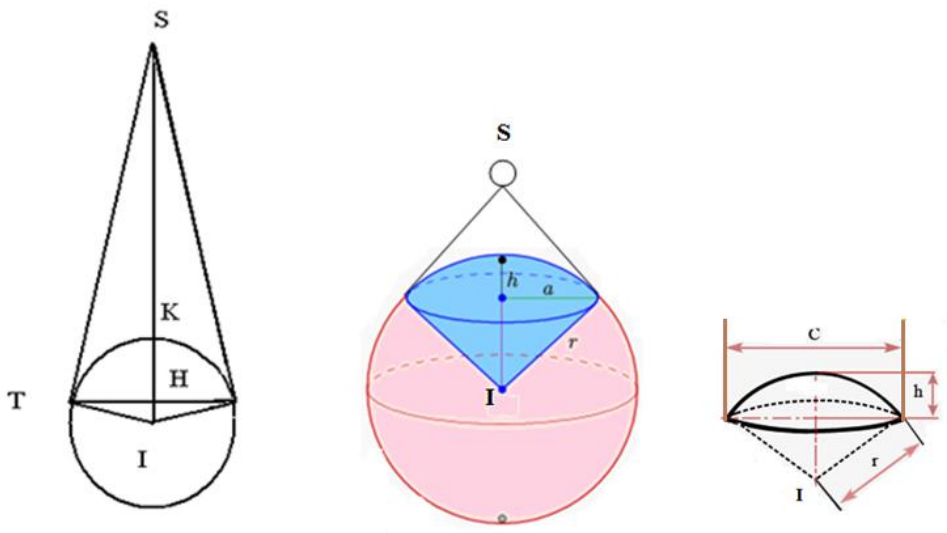
Trong quy trình này: Bắt đầu từ một bài toán (thuần túy toán học) ta có thể liên tưởng tới một sự vật, hay một hiện tượng, một mối liên hệ trong thực tế, một cách giải để có thể chuyển hóa từ bài toán thuần túy toán học này thành bài toán có tính thực tiễn. Chẳng hạn một hình vuông có thể liên tưởng tới một vật có dạng hình vuông, như viên gạch hoa lát nền; từ một đường elip có thể liên tưởng tới quỹ đạo của một hành tinh trong hệ mặt trời; từ hai đường thẳng chéo nhau có thể liên tưởng tới hai xà nhà; từ cách tính một cạnh tam giác khi biết hai cạnh kia và góc đối diện nó ta có thể nghĩ đến bài toán tính khoảng cách giữa hai điểm mà không đo trực tiếp được.

Các ví dụ:

Ví dụ 2.2.1. Thiết kế bài toán về tầm nhìn của một vệ tinh khí tượng, liên tưởng từ bài toán vị trí tương đối của đường thẳng và mặt cầu (Hình học 12).

Vệ tinh khí tượng địa tĩnh bay vòng quanh Trái Đất ở độ cao khoảng 35.880 km (22.300 dặm). Ở quỹ đạo này, các vệ tinh có chiều quay cùng chiều với Trái Đất, nên có vị trí cố định so với mặt đất. Do đó, các vệ tinh này có thể truyền các hình ảnh thuộc bán cầu ở phía dưới liên tục bằng các máy ảnh và bộ cảm biến hồng ngoại của nó. Các hãng thông tấn đưa tin tức về thời tiết dùng các ảnh từ vệ tinh này trong các chương trình dự báo thời tiết như là các ảnh chụp, hoặc ghép lại thành ảnh động để thể hiện sự thay đổi thời tiết…

Tính diện tích phần mặt cầu có thể thấy được từ vệ tinh (Hình 24), biết rằng phần mặt cầu này là một chỏm cầu có diện tích tính theo công thức $S = 2\pi rh$ với r là bán kính trái đất ($r \approx 6.371$ km) và h là chiều cao của chỏm cầu.



Hình 24

Hướng dẫn:

$IH.IS = IT^2$, $IT = r$, $SK = 35880$, $IS = r + SK \approx 42251$, nên $IH \approx 960{,}6$.

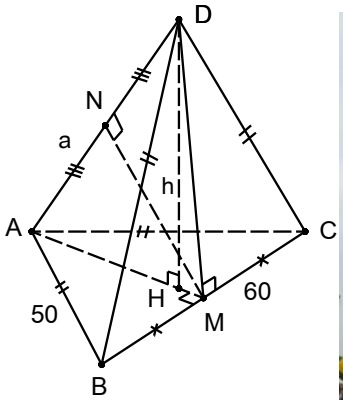
Suy ra $h = HK = r - IH \approx 5410{,}4$. Từ đó $S_{cc} = 2\pi rh \approx 216.469.454$ km^2

Ví dụ 2.2.2. Thiết kế bài toán về quả bóng bay, liên tưởng từ bài toán về hình chóp (Hình học 12).

Một quả bóng bay cỡ lớn D có gắn thiết bị ghi hình quan sát một khu hội chợ, được buộc bằng dây đến ba điểm A, B, C trên mặt đất, AB = AC = 50 m, BC = 60 m. Giả thiết rằng các sợi dây đều được kéo căng, độ dài các sợi dây là: BD = DC = 50 m, AD = a mét. (Hình 25a, b)

a) Khi a = 60 mét thì khoảng cách từ quả bóng D đến mặt đất (đến mặt phẳng (ABC)) bằng bao nhiêu?

b) Độ dài a là bao nhiêu để quả bóng cách mặt đất 20 mét?



Hình 25a

Hình 25b

Hướng dẫn: Gọi M là trung điểm BC, N là trung điểm AD, DH là khoảng cách từ D đến mặt phẳng (ABC). Đặt DH = h

Với giả thiết đã cho ta có AM = DM = 40 (m), DH $\perp$ AM, MN $\perp$ AD.

Ta có AM.DH = AD.MN $\Leftrightarrow$ 40.h = a. $\sqrt{AM^2 - AM^2}$

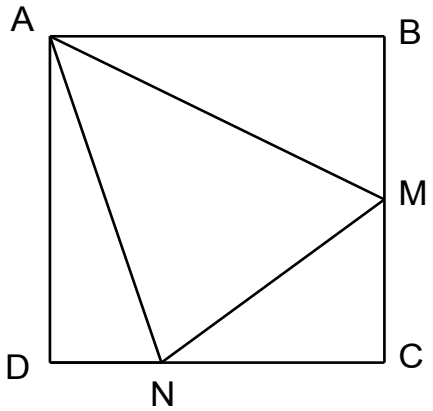
$\Leftrightarrow$ 40.h = a. $\sqrt{1600 - \frac{a^2}{4}}$

a) Khi a = 60, ta có 40.h = 60. $\sqrt{1600 - 900}$, suy ra h = $15\sqrt{7} \approx 39{,}6$ (m).

b) Khi h = 20, ta có 40.20 = a. $\sqrt{1600 - \frac{a^2}{4}}$, suy ra a $\approx$ 22 (m)

Ví dụ 2.2.3. Thiết kế bài toán về xác định kích thước viên gạch hoa, liên tưởng từ bài toán xác định hình vuông (Hình học 10)

Trong kì thi tuyển sinh vào Đại học năm 2012, ở khối A, môn Toán, có câu 7a như sau: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho CN = 2ND. Giả sử $M\left(\frac{11}{2};\frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình: 2x-y-3= 0. Tìm tọa độ điểm A. (Hình 26)



Hình 26

Đây là một bài toán không dễ vì thí sinh không thể chỉ dựa vào những hệ thức lượng về tọa độ trong mặt phẳng, những phương trình đường thẳng, đường tròn trong mặt phẳng mà giải được; HS phải phát hiện được những mối quan hệ giữa các yếu tố, những tính chất hình học trong hình vuông này mới có thể giải được bài toán.

* Trong bài toán này HS phải phát hiện được góc MAN bằng 45^0.

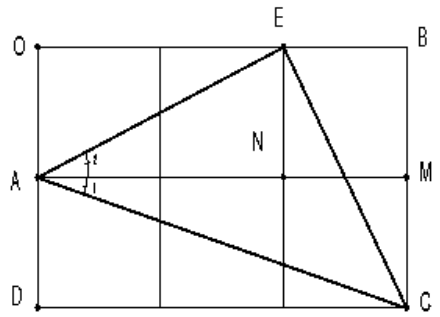
Cách 1: Gọi các góc MAB, NAD, MAN lần lượt là A_1, A_2, A_3, ta có

$\tan A_1 = \frac{1}{2}$; $\tan A_2 = \frac{1}{3}$. $\text{Tan}(A_1 + A_2) = \frac{\tan A_1 + \tan A_2}{1 - \tan A_1 . \tan A_2} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} . \frac{1}{3}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = 1$.

Suy ra $A_1 + A_2 = 45^0$ và $A_3 = 45^0$.

Cũng có thể tính: $\tan(\widehat{DAM} - \widehat{DAN}) = \frac{2 - \frac{1}{3}}{1 + 2.\frac{1}{3}} = 1$ suy ra $\widehat{MAN} = 45^o$.

Cách 2: Ta cũng có thể "ghép" các góc A_1 và A_2 trong hình 27 (góc A_1 bằng góc EAN, góc A_2 bằng góc CAM) và nhận ra ΔEAC vuông cân tại E (do ΔEAO = ΔBEC, tổng các góc AEO và BEC bằng 90^0). Nên $A_1 + A_2 = 45^0$ và $A_3 = 45^0$. (hình 27)



Hình 27

Cách 3: Xét tam giác AMN, từ giả thiết ta tính được: AN = $\frac{a\sqrt{10}}{3}$;

AM = $\frac{a\sqrt{5}}{2}$; MN = $\frac{5a}{6}$; cosA = $\frac{AM^2 + AN^2 - MN^2}{2AM.AN}$ = $\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{MAN} = 45^o$.

Từ đó suy ra tọa độ điểm A như sau:

Đường thẳng AN có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$(2;-1). Gọi vectơ pháp tuyến của đường thẳng AM là $\vec{n'}$(a; b), thì phương trình đường thẳng AM là:

$$ax + by - \frac{11}{2}a - \frac{1}{2}b = 0.$$

$$\cos(\vec{n}; \vec{n'}) = \frac{|2a-b|}{\sqrt{5(a^2+b^2)}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 3t^2 - 8t - 3 = 0 \text{ (với } t = \frac{a}{b}\text{)}$$

$\Rightarrow$ t = 3 hay $t = -\frac{1}{3}$

+ Với t = 3 $\Rightarrow$ tọa độ A là nghiệm của hệ : $\begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ 3x + y - 17 = 0 \end{cases} \Rightarrow$ A (4; 5)

+ Với $t = -\frac{1}{3} \Rightarrow$ tọa độ A là nghiệm của hệ : $\begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ x - 3y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow$ A (1; -1).

Hoặc là: Gọi A (a; 2a – 3), $d(M, AN) = \frac{3\sqrt{5}}{2}$, MA = $MH.\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$

$\Leftrightarrow (a - \frac{11}{2})^2 + (2a - \frac{7}{2})^2 = \frac{45}{2} \Leftrightarrow$ a = 1 hay a = 4 $\Rightarrow$ A (1; -1) hay A (4; 5).

Từ bài toán này ta có thể đặt ra câu hỏi: Liệu trong thực tế ta có thể gặp một bài toán tương tự như trên hay không?

Thực chất của bài toán trên (cũng như một số bài toán tương tự khác) là xác định một hình vuông khi biết một trung điểm M của một cạnh hình vuông, một điểm N trên một phần ba cạnh liền kề và biết một đường thẳng đi qua điểm N có đi qua một đỉnh hình vuông.

Từ đó chúng ta có thể đặt ra một tình huống thực tiễn như sau:

Trong một đợt khảo cổ, người ta phát hiện ra những viên gạch hoa bị vỡ vụn. Các nhà khảo cổ học dự đoán rằng đó là những mảnh vụn của những viên gạch hoa trang trí, dạng hình vuông, bằng nhau; mỗi cạnh hình vuông đó đều có những đường viền kẻ thẳng với những mầu khác nhau và mỗi góc có một bông hoa trang trí nhỏ. Trong những mảnh gạch vụn đó, có mảnh còn được một viền, có mảnh còn được một vài điểm trên mỗi viền. Liệu có thể xác định được độ lớn của những viên gạch đó (độ dài cạnh hình vuông), từ những mảnh vỡ tìm trong những trường hợp sau, được hay không? (Hình 28).

Hình 28

a) Biết hai điểm trên một cạnh hình vuông và một điểm trên cạnh đối diện.

b) Biết hai điểm trên một cạnh hình vuông và một điểm trên cạnh kề cạnh đó.

c) Biết ba điểm trên ba cạnh khác nhau của hình vuông.

d) Biết bốn điểm trên bốn cạnh khác nhau của hình vuông.

Câu trả lời cho từng trường hợp trên như sau:

Trường hợp (a): Biết hai điểm trên một cạnh hình vuông và một điểm trên cạnh đối diện. Trường hợp này độ dài cạnh viên gạch hoàn toàn được xác định.

Thật vậy: Độ dài cạnh hình vuông của những viên gạch đó bằng khoảng cách từ điểm đã biết trên một cạnh đến đường thẳng nối hai điểm trên cạnh đối diện.

Trường hợp (b): Biết hai điểm trên một cạnh hình vuông và một điểm trên cạnh kề cạnh đó.

Trường hợp này ta không thể xác định được độ dài cạnh hình vuông của những viên gạch đó.

Trường hợp (c): Biết ba điểm trên ba cạnh khác nhau của hình vuông.

Trường hợp này, tuy không thể xác định được độ dài cạnh hình vuông của những viên gạch đó, nhưng có thể xác định được độ dài tối đa của cạnh hình vuông. Bởi vì, trong ba điểm đã biết ắt có hai điểm thuộc hai cạnh đối diện của hình vuông, cạnh hình vuông không thể lớn hơn khoảng cách giữa hai điểm đối diện đó. Độ dài tối thiểu của cạnh hình vuông là khoảng cách nhỏ nhất giữa hai điểm trong ba điểm đó.

Trường hợp (d): Biết bốn điểm trên bốn cạnh khác nhau của hình vuông.

Ta hoàn toàn xác định được độ dài cạnh hình vuông.

Thật vậy: Gọi bốn điểm đã biết, thuộc bốn cạnh liên tiếp là O, M, N, P. Lập một hệ trục tọa độ Đề-Các vuông góc, với O(0; 0), M(m; 0), N(n; k), P(p; q). Gọi phương trình cạnh qua O là Ax + By = 0 (Δ), thì phương trình cạnh qua M là: B(x – m) – Ay = 0 (Δ’). Độ dài cạnh hình vuông bằng khoảng cách từ N đến (Δ), cũng bằng khoảng cách từ N đến (Δ’).

Ta có: a = d(N, (Δ)) = d(P, (Δ’)), hay a = $\frac{|An+Bk|}{\sqrt{A^2+B^2}} = \frac{|B(p-m)-Aq|}{\sqrt{A^2+B^2}}$.

Từ đó: $\left[\begin{array}{l} An+Bk = B(p-m)-Aq \\ An+Bk = -B(p-m)+Aq \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A(n+q) = B(p-m-k) \\ A(n-q) = B(m-p-k) \end{array}\right.$

Trường hợp $A(n+q)=B(p-m-k)$: lấy $A = p - m - k$, $B = n + q$ sẽ được a;

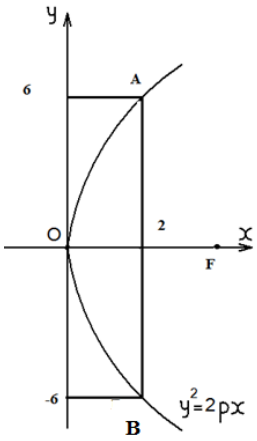
Trường hợp $A(n+q)=B(m-p-k)$: lấy $A = m - p - k$, $B = n + q$ sẽ được a.

Ví dụ 2.2.4. Thiết kế bài toán về xác định tiêu điểm của ăng-ten, liên tưởng từ bài toán xác định parabol (Hình học 10)

Ta có bài toán: Cho parabol $y^2 = 2px$ đỉnh O và AB là một dây cung vuông góc với trục của parabol. Xác định parabol và tiêu điểm của nó, biết rằng AB = 12, khoảng cách từ O đến AB bằng 2.

Liên tưởng hình dạng của parabol với hình dạng của một chiếc ăng-ten, ta có bài toán sau:

Một ăng-ten parabol phát sóng vô tuyến song song có mặt cắt ngang rộng 12 m và độ sâu 2 m (độ rộng đo bằng chiều dài dây cung AB nối hai điểm xa nhất của parabol, độ sâu đo bằng khoảng cách từ đỉnh O của parabol đến trung điểm E của AB). Hãy xác định vị trí tiêu điểm F để đặt máy phát sóng vô tuyến. (Hình 29 a, b)



Hình 29a Hình 29b

Hướng dẫn:

Trong hệ tọa độ Oxy, parabol đỉnh O có phương trình $y^2 = 2px$, p>0, tọa độ tiêu điểm P($\frac{p}{2}$; 0) (Hình 29a). Theo giả thiết: điểm M(2; 6) thuộc

parabol, nên 36 = 4p, suy ra p = 9 và F($\frac{9}{2}$; 0). Vậy vị trí đặt máy phát sóng vô tuyến là điểm F trên trục của parabol, cách đỉnh O một khoảng bằng 4,5 m.

2.3. Biện pháp 3. Lựa chọn những vấn đề của thực tiễn có thể giải thích được bằng những tri thức Hình học phổ thông hoặc giải quyết được nhờ mô hình toán học hóa để thiết kế thành hệ thống bài toán

2.3.1. Mục đích của biện pháp

Thiết kế được bài toán hoặc hệ thống bài toán nhằm giải thích được một vấn đề trong thực tiễn giúp cho HS thấy được ý nghĩa của những tri thức toán học phổ thông và biết sử dụng mô hình Toán học hóa để giải quyết một vấn đề.

2.3.2. Căn cứ của biện pháp

+ Căn cứ vào mục tiêu dạy học môn Toán

Để dạy học môn Toán có hiệu quả, người GV không chỉ "truyền thụ" cho HS những tri thức Toán học trong chương trình, mà phải làm cho HS hiểu được những tri thức Toán học đó được bắt nguồn, nảy sinh từ đâu, hoàn thiện như thế nào, Toán học có liên hệ và có ứng dụng vào thực tiễn ra sao? [31]

Theo Zemelman, Daniels, và Hyde (1998): "Mục tiêu của GV toán là giúp đỡ HS phát triển năng lực toán học. Năng lực toán học đó giúp HS cảm nhận được rằng toán học là hữu ích và có ý nghĩa, giúp họ tin rằng họ có thể hiểu được và áp dụng được toán học".[112]

+ Căn cứ vào ý nghĩa và quy trình của việc Toán học hóa

Toán học hóa một tình huống thực tiễn được hiểu là một tình huống thực tiễn được giải quyết trên cơ sở toán học. Theo Hans Freudenthal (1991):

Tiên đề hóa, công thức hóa, sơ đồ hóa được xem là tiền đề của sự ra đời thuật ngữ Toán học hóa. [85, tr. 41]

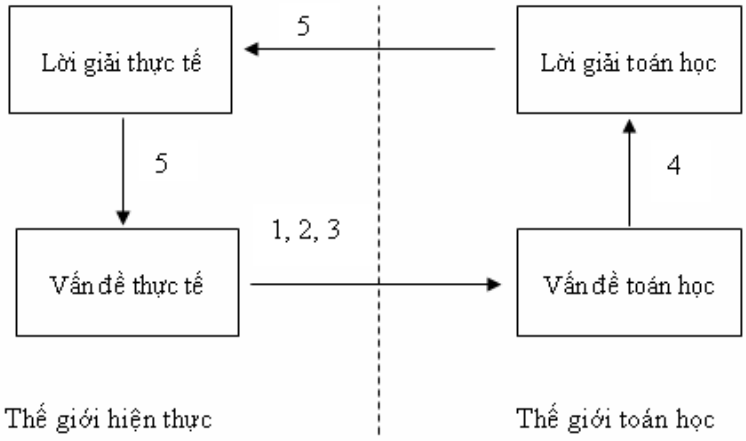
Việc toán học hóa có thể từ đơn giản đến phức tạp. Có thể là:

- Dùng phương trình mô tả một chuyển động. Chẳng hạn đường đi của một quả bóng được một cầu thủ sút lên là một đường parabol;
- Dùng hình vẽ, kí hiệu để mô tả một bài toán thực tiễn. Chẳng hạn biểu diễn các đường nối trung tâm của ba tỉnh dưới dạng một tam giác; biểu diễn hai bờ sông bằng hai đường thẳng song song;
- Dùng sơ đồ, đồ thị để biểu diễn một hiện tượng. Chẳng hạn biểu thị sự thay đổi của thủy triều trong một ngày đêm bằng một đường hình sin;
- Dùng công thức toán học để biểu thị những mối quan hệ. Chẳng hạn, công thức tính thể tích khối trụ theo chiều cao và bán kính đáy: $V = \pi r^2 h$.

Từ đó HS có thể Toán học để thiết kế, giải quyết một vấn đề phát sinh trong cuộc sống hàng ngày, trong xã hội, tại nơi ở, nơi học tập.

Theo Trần Vui (2009) [63, tr. 42]: OECD/PISA kiểm tra các năng lực của HS để phân tích, suy luận và giao tiếp các ý tưởng toán học một cách hiệu quả khi các em đặt, thiết lập, giải và lí giải các vấn đề toán trong nhiều bối cảnh. Giải quyết vấn đề như vậy đòi hỏi HS sử dụng các kỹ năng và năng lực các em đã đạt được qua các kinh nghiệm học đường và cuộc sống. Trong OECD/PISA, một quá trình cơ bản mà các HS dùng để giải quyết các vấn đề thực tế được đề cập là "toán học hóa".

OECD/PISA được thể hiện bằng sự mô tả 5 bước [63] của toán học hóa. Những bước này được chỉ ra ở sơ đồ 4.



Sơ đồ 4. Quy trình toán học hóa

Quy trình Toán học hóa có thể tiến hành theo năm bước sau đây:

(1) Bắt đầu bằng một vấn đề có tình huống thực tế;

(2) Tổ chức vấn đề theo các tình huống toán học;

(3) Không ngừng cắt tỉa để thoát dần ra khỏi thực tế thông qua các quá trình như đặt giả thiết về các yếu tố quan trọng của vấn đề, tổng quát hóa và hình thức hóa;

(4) Giải quyết bài toán;

(5) Làm cho lời giải của bài toán là có ý nghĩa đối với tình huống thực tế.

+ Căn cứ vào ý nghĩa, vai trò của Mô hình toán học hóa

- Mô hình hóa nghĩa là tạo ra mô hình để trên mô hình ấy mà nghiên cứu đối tượng nào đó. "Toán học hóa là đưa về dạng toán học". [137]

- Mô hình toán học hóa là quá trình đưa một/một số tình huống thực tế nào đó về dạng bài toán giải bằng kiến thức Toán học.

- Theo Nguyễn Cảnh Toàn (1997): "Mô hình toán học khác các mô hình trong các khoa học khác ở chỗ nó bỏ qua các thuộc tính về "chất" mà chỉ cần một ngôn ngữ nào đó chính xác diễn tả đúng những quan hệ số lượng cơ bản, từ đó có thể suy ra quan hệ số lượng khác" [59, tr. 89].

+ Căn cứ vào những kết quả đã có:

Trong SGK Hình học 10 nâng cao [46, tr. 37], các tác giả đã đưa ra bài toán "bắc cầu qua sông" như sau: Hai thành phố M và N nằm ở hai phía một con sông rộng có hai bờ a và b song song với nhau. M nằm phía bờ a, N nằm phía bờ b. Hãy tìm vị trí A nằm trên bờ a, B nằm trên bờ b để xây một chiếc cầu AB nối hai bờ sông đó sao cho AB vuông góc với hai bờ sông và tổng các khoảng cách MA+BN ngắn nhất. Mô hình toán học hóa của tình huống này, ta được bài toán sau: Trong mặt phẳng, cho hai đường thẳng a, b song song với nhau và cho điểm M thuộc nửa mặt phẳng bờ a không chứa b, cho điểm N thuộc nửa mặt phẳng bờ b không chứa a. Tìm điểm A thuộc đường thẳng a và điểm B thuộc đường thẳng b sao cho AB vuông góc với a sao cho đường gấp khúc MABN có độ dài nhỏ nhất.

Trong [63, tr. 23], Trần Vui đã phân tích việc vận dụng quy trình 5 bước trong việc toán học hóa một tình huống thực tiễn qua ví dụ: Tình huống đặt ra là: Hội đồng thành phố quyết định dựng một cây đèn đường trong một công viên nhỏ hình tam giác sao cho nó chiếu sáng toàn bộ công viên; Người ta nên đặt nó ở đâu? Toán học hóa theo quy trình 5 bước trên như sau:

(i) Bắt đầu bằng một vấn đề có tình huống thực tế: *Đặt cây đèn đường ở chỗ nào trong công viên?*

(ii) Tổ chức vấn đề theo các khái niệm toán học: *Công viên có thể được thể hiện như là một tam giác, và việc chiếu sáng từ một cây đèn như là một hình tròn mà cây đèn là tâm của nó.*

(iii) Không ngừng cắt tỉa để thoát dần ra khỏi thực tế thông qua các quá trình như đặt giả thiết về các yếu tố quan trọng của vấn đề, tổng quát hóa và hình thức hóa: *Vấn đề được chuyển thành việc xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác.*

(iv) Giải quyết bài toán: *Điểm cần tìm là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác?*

(vi) Làm cho lời giải của bài toán là có ý nghĩa đối với tình huống thực tế: *Nếu một trong ba góc của công viên là tù thì sao? Khi đó vị trí cây đèn sẽ*

nằm ra ngoài công viên. Ngoài ra cần phải chú ý đến những yếu tố khác ảnh hưởng đến tính hữu ích của lời giải toán học.

Tác giả còn bình luận thêm: Thực ra, học để toán học hóa nên là mục đích giáo dục đầu tiên cho tất cả HS.

Trong các SGK Hình học, các tác giả đã giới thiệu nhiều tình huống thực tiễn cho ta hình dạng elip, hypebol, parabol (chúng tôi đã thống kê trong chương 1). Trong công trình [35], Bùi Văn Nghị (2013) cũng đã đề cập đến việc giải thích một số trường hợp thường gặp trong đời sống về ba đường cônic. Đó là những vấn đề sau:

- Cắt vát một ống nứa (một mặt trụ tròn xoay) ta được một elíp.
- Một chai nước hình trụ đặt nghiêng thì mặt nước là hình elíp.
- Bóng nắng chiếu xiên của quả bóng trên mặt sân là một hình elíp.
- Bóng nắng chiếu xiên của đường tròn trên mặt sân là một hình elíp.
- Vệt sáng trên mặt bàn của một đèn bàn với chụp đèn hình nón tròn xoay là một đường elíp.
- Vệt sáng của một đèn bàn với chụp đèn hình nón tròn xoay trên bức tường là một hình hypebol hoặc parabol.

Trong luận án này, chúng tôi đưa ra một số kết quả tương tự.

2.3.3. Cách thực hiện biện pháp và cách sử dụng các bài toán thiết kế được

Trước hết GV lựa chọn những tình huống thực tiễn đã được giới thiệu trong SGK, trong các tài liệu tham khảo và tìm ra cách giải thích cho những tình huống thực tiễn đó. Sau đó cần phải thiết kế bài toán hoặc hệ thống bài toán trong các phiếu học tập, gợi mở cho HS từng bước giải thích được tình huống thực tiễn. Hoặc có thể tổ chức thảo luận, học hợp tác, giao bài tập lớn, seminar, dự án cho HS về những tình huống thực tiễn để đào sâu, mở rộng những kiến thức Hình học phổ thông.

Các ví dụ:

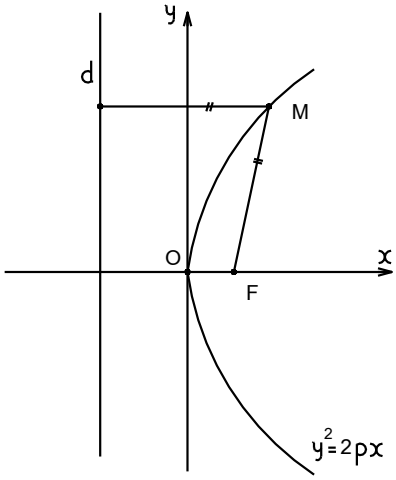
Ví dụ 2.3.1. Thiết kế bài toán về hiện tượng đèn pha, hiện tượng chảo Parabol (Hình học 10).

Đèn pha (chữ "phare" trong tiếng Pháp có nghĩa là Hải đăng-đèn biển, chữ "far" trong tiếng Anh có nghĩa là xa). Đèn pha (Hình 30) là dạng đèn có hình paraboloit (tạo bởi một đường parabol quay tròn xung quanh trục của nó). Đèn pha có đặc điểm là: Chùm tia sáng phát ra từ tiêu điểm của parabol cho ta chùm tia phản xạ song song với trục của parabol. Bởi vậy đèn pha chiếu sáng được rất xa.Tại sao?

Hình 30

Hướng dẫn

Ta có thể hướng dẫn HS giải thích hiện tượng thực tiễn này qua hệ thống câu hỏi, bài toán như sau:



Hình 31

(1) Với P chính tắc có phương trình $y^2 = 2px$ (Hình 31) thì tiêu điểm F có tọa độ bao nhiêu; bán kính qua tiêu của điểm M có hoành độ x_0 là bao nhiêu?

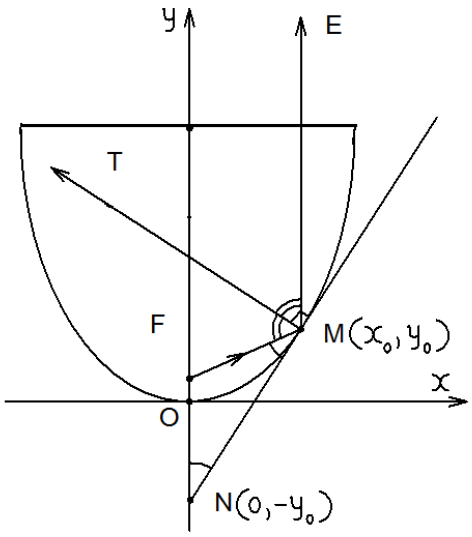
(Trả lời: $F\left(\frac{p}{2};\ 0\right); FM = x_0 + \frac{p}{2}$)

(2) Hình 32 là thiết diện qua trục của paraboloit do Parabol có phương trình $y = ax^2$ quay xung quanh trục oy, tiêu điểm F có tọa độ bao nhiêu và bán kính qua tiêu của điểm M($x_{0,}y_0$) là bao nhiêu?

(Trả lời: $F\left(0;\ \frac{1}{4a}\right);\ FM = y_0 + \frac{1}{4a}$)

(3) Tiếp tuyến tại M($x_{0,}y_0$) có phương trình là gì? Giao điểm N của tiếp tuyến này và trục tung có tọa độ bao nhiêu?

(Trả lời: Tiếp tuyến tại M có phương trình $y = 2ax_0.x - y_0$; $N(0;\ -y_0)$)



Hình 32

(4) Nếu xem FM là tia tới của tia sáng phát ra từ F, tiếp tuyến tại M là giao tuyến của tiếp diện tại M với Paraboloit nói trên, Mt là pháp tuyến tại M của tiếp diện này thì góc tới là góc nào, góc phản xạ là góc nào trên hình 32?

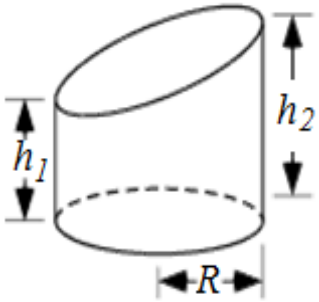
(Trả lời: Góc tới là góc FMT, góc phản xạ là góc TME (hai góc này bằng nhau)).

(5) Xem xét tính chất đặc biệt của tam giác FMN, từ đó suy ra ME // oy.

(Trả lời: ΔFMN cân tại F, suy ra góc FNM bằng góc FMN, bằng góc tạo bởi tia phản xạ ME và tia đối của tia MN. Suy ra ME // Oy (hai góc đồng vị)).

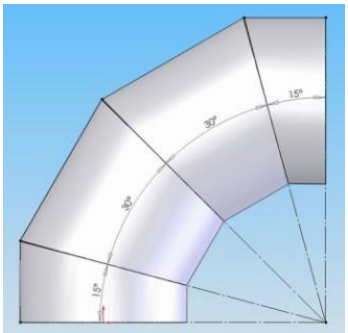
Sau bài này, GV có thể chỉ ra một số tình huống thực tiễn khác của bài toán trên. Chẳng hạn: Các chảo ăng-ten thu, phát tín hiệu truyền thanh cũng thường có dạng paraboloit; các đèn pha của ô tô, xe máy cũng có dạng này.

Ví dụ 2.3.2. Thiết kế bài toán về thể tích phần khối trụ tròn xoay bị cắt bởi mặt phẳng xiên góc với trục (góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là góc nhọn) và diện tích xung quanh của phần đó (Hình học 12), (Hình 33).



Hình 33

Tình huống thực tiễn được đặt ra như sau: Tại một khu công nghiệp người ta bố trí một hệ thống ống dẫn khí phục vụ cho việc điều hòa không khí. Đặt dọc theo các bức tường phẳng là các ống hình trụ tròn xoay. Tại các góc nối người ta ghép một số ống hình trụ được cắt vát (Hình 34). Vấn đề đặt ra là cách tính thể tích và diện tích mặt xung quanh của hệ thống ống dẫn khí đó như thế nào?



Hình 34

Hướng dẫn

Với các đoạn ống dẫn khí hình trụ tròn xoay, ta chỉ việc sử dụng công thức: $V = \pi R^2 h$, $S = 2\pi Rl$, trong đó R là bán kính đáy (đường tròn cơ sở), h là chiều cao, l là đường sinh của hình trụ tròn xoay. Mỗi góc nối có thể xem là tổng của một số đoạn hình trụ bị cắt vát, nên việc tính thể tích và diện tích tại góc nối này sẽ quy về việc tính thể tích và diện tích của những đoạn hình trụ bị cắt vát. Toán học hóa tình huống thực tiễn trên ta được bài toán sau:

Cho một khối trụ tròn xoay (T) và một mặt mặt phẳng (P) cắt tất cả các đường sinh của nó. Tính thể tích phần khối trụ nằm giữa một mặt đáy của khối trụ và mặt cắt đó và diện tích hình khai triển của hình tạo thành. Biết rằng bán kính đáy trụ bằng R và khoảng cách giữa tâm đáy đó và tâm của thiết diện của (T) cắt bởi (P) bằng d. (Hình 33)

Để giúp HS giải bài toán trên, ta có thể đặt ra hệ thống những câu hỏi gợi mở như sau:

Câu hỏi 1: Khi mặt phẳng (P) song song với đáy hình trụ thì hình tạo thành là hình gì? Thể tích khối tạo thành được tính như thế nào?

(Trả lời: $V = \pi R^2 h$, trong đó R là bán kính đáy

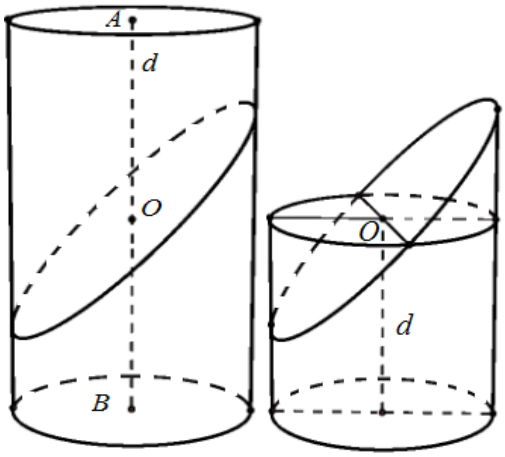
và h là khoảng cách giữa hai đáy)

Câu hỏi 2: Khi mặt phẳng (P) cắt xiên góc với trục hình trụ, có thể biến đổi hình tạo thành về trường hợp 1 được hay không? Biến đổi như thế nào?

(Trả lời:

Cách 1 (Hình 34a): Lấy đối xứng hình tạo thành qua tâm O của thiết diện hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) ta được một hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng 2d. Theo tính chất của phép đối xứng tâm O, hình trụ tròn xoay này có hai nửa bằng nhau, nên thể tích khối ban đầu chiếm một nửa:

$V = \pi R^2 d$, trong đó R là bán kính đáy và d là khoảng cách giữa tâm đáy và tâm thiết diện)



Hình 34a Hình 34b

Cách 2 (Hình 34b): Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua tâm O của thiết diện và song song với đáy hình trụ. (Q) và mặt đáy hình trụ giới hạn một khối trụ tròn xoay, có $V = \pi R^2 d$.

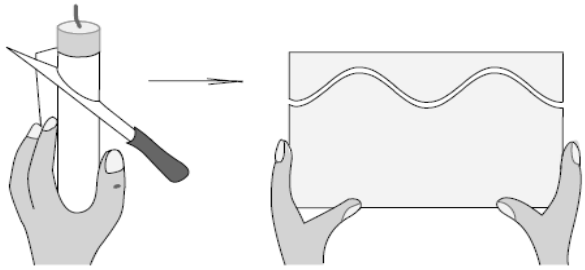
So sánh phần thừa và phần thiếu của khối trụ mới này và khối ban đầu, ta thấy chúng là hai hình bằng nhau, do tính chất chúng đối xứng với nhau qua tâm O. Vậy ta có:

$V = \pi R^2 d$, trong đó R là bán kính đáy và d là khoảng cách giữa tâm đáy và tâm thiết diện).

Có một cách khác đặt vấn đề và giải quyết vấn đề của tình huống trên như sau:

Ví dụ 2.3.3. Thiết kế bài toán về đường khai triển giao tuyến của một mặt trụ và một mặt phẳng tạo với trục hình trụ một góc nhọn (Hình học 12).

Một tình huống được đặt ra như sau: Quấn một mảnh giấy xung quanh một cây nến hình trụ và cắt xiên nó bởi một con dao, ta được thiết diện là một hình elíp và khi trải mảnh giấy đó lên mặt phẳng ta được một đường lượn sóng. Đó là đường gì? [104] (Hình 35).



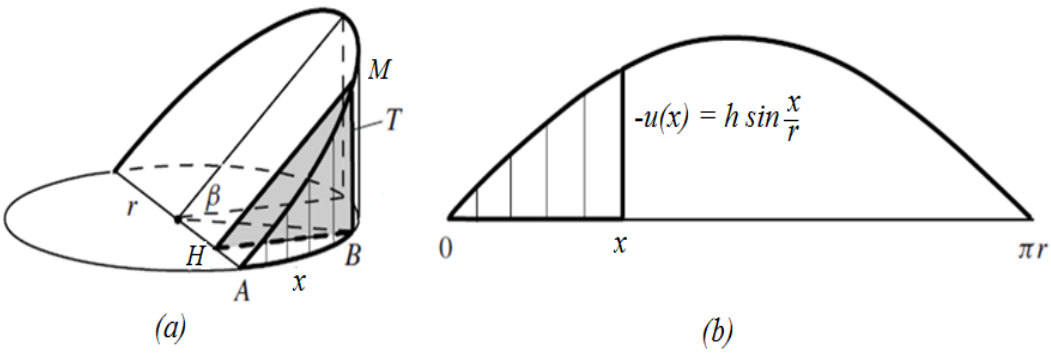
Hình 35

Hướng dẫn

Mô hình toán học cho tình huống thực tiễn trên như sau:

Cho một hình trụ tròn xoay bị cắt bởi một mặt phẳng (P) xiên góc với trục của nó. Khai triển mặt xung quanh phần hình trụ được giới hạn bởi một mặt đáy hình trụ và mặt phẳng (P) lên một mặt phẳng (Q) thì giao tuyến của hình trụ và mặt phẳng (P) trên mặt phẳng (Q) là đường gì?

Xét mặt phẳng (R) đi qua tâm thiết diện elíp của mặt trụ cắt bởi mặt phẳng (P) và song song với mặt phẳng đáy của hình trụ (hình 36a). Khai triển một nửa giao tuyến của mặt trụ và mặt phẳng (R) trên mặt phẳng (Q) ta được hình 36b.



Hình 36

Gọi β là góc giữa (P) và (R), $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$.

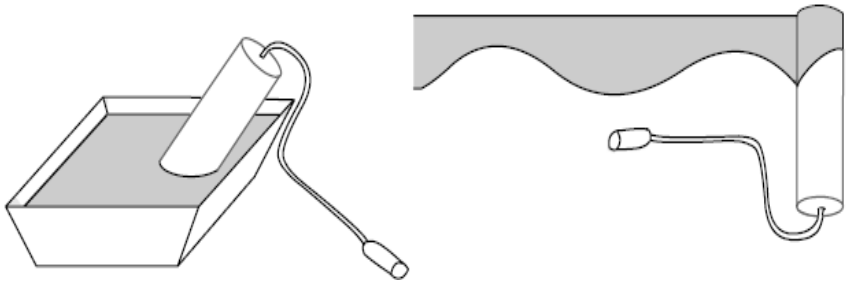
Gọi r là bán kính của đường tròn (C) đi qua tâm của thiết diện và song song với mặt phẳng đáy của hình trụ.

Để ý đến tam giác vuông (T) đã được tô đậm trên Hình 36a: Giả sử cung AB có độ dài x, ứng với góc ở tâm đường tròn cơ sở bằng $\frac{x}{r}$, thì cạnh góc vuông đối diện với góc $\frac{x}{r}$ của (T) là $HB = r \sin(\frac{x}{r})$ và cạnh góc vuông kia là $MB = u(x) = r \sin(\frac{x}{r}) \tan\beta$.

Khi trải bề mặt của hình trụ lên một mặt phẳng, một nửa đường tròn (C) được mở ra thành một đoạn thẳng mà ta gọi là trục x (Hình 36b), với gốc tọa độ là điểm A. Chiều cao (tung độ) của điểm tương ứng trên giao tuyến là: $y = r \sin(\frac{x}{r})\tan\beta$. Đặt $h = r\tan\beta$ thì $y = h.\sin(\frac{x}{r})$.

Vậy giao tuyến của mặt trụ tròn xoay và một mặt phẳng khi khai triển trên hệ tọa độ Oxy nói trên có phương trình $y = h.\sin(\frac{x}{r})$ và có đồ thị hình sin.

Chú ý: Ta có thể tạo ra bài toán trên dựa vào tình huống thực tiễn sau đây: Nhúng nghiêng một con lăn sơn vào thùng sơn, rồi lăn lên nó một mặt phẳng. Đường viền (không thẳng) của hình tạo thành là đường gì? (Hình 37)



Hình 37

Ví dụ 2.3.4. Thiết kế bài toán tìm hình trụ tối ưu (Hình học 12)

Người ta cần sản xuất đồng loạt những vỏ hộp dạng hình trụ để đựng nước ép hoa quả, có thể tích cho trước sao cho tiết kiệm nhất lượng nguyên vật liệu làm vỏ hộp.

a) Kích thước hình trụ vỏ hộp phải như thế nào?

b) Kiểm nghiệm xem hộp sữa Ông Thọ của hãng Vinamilk có phù hợp với kết quả bài toán này hay không?

Hướng dẫn:

Toán học hóa bài toán thực tiễn trên, thay thế cụm từ "nguyên vật liệu làm vỏ hộp" bằng cụm từ "diện tích toàn phần của hình trụ", ta có bài toán sau: "*Trong các khối trụ có thể tích V cho trước, tìm khối trụ có diện tích toàn phần nhỏ nhất*."

Gọi r và h là bán kính đáy và chiều cao của khối trụ. Ta có $V = \pi r^2 h$.

$S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r} = 2\pi r^2 + \frac{V}{r} + \frac{V}{r} \geq 3\sqrt[3]{2\pi V^2}$ (không đổi).

Vậy S_{tp} nhỏ nhất bằng $3\sqrt[3]{2\pi V^2}$, khi $2\pi r^2 = \frac{V}{r}$. Suy ra $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$, $h = 2r$.

Trên đây ta chỉ xét thuần túy tính tối ưu về phương diện toán học. Trong thực tiễn người ta còn phải lưu ý đến nhiều phương diện khác chẳng hạn tối ưu trong chi phí cơ hội, lợi ích kinh tế nhờ quy mô, việc sắp đặt, chuyên chở, tối ưu trong giá thành nguyên vật liệu, thẩm mỹ, tối ưu trong bảo quản hạn sử dụng sản phẩm…

- Hộp sữa Ông Thọ của hãng Vinamilk có bán kính đáy đo được là r = 3,8 cm, chiều cao đo được là h = 8 cm. Vậy h ≠ 2r, không phải là phương án tối ưu theo tính toán ở trên.

2.4. Biện pháp 4. Khai thác những tri thức Hình học tiềm ẩn trong những hình, khối thực tế và những công trình kiến trúc hiện đại để thiết kế những bài toán hoặc hệ thống bài toán về đọc hiểu và hiểu biết Hình học.

2.4.1. Mục đích của biện pháp

Biện pháp này nhằm tạo ra những câu hỏi, bài toán về đọc hiểu, hiểu biết Toán nhằm nâng cao năng lực vận dụng Toán học vào thực tiễn của HS hoặc cài đặt trong đề kiểm tra đánh giá kết quả học tập của HS, ở mức độ vận dụng nâng cao.

2.4.2. Căn cứ của biện pháp

+ Căn cứ vào nhu cầu đánh giá năng lực đọc hiểu và hiểu biết toán của HS.

Theo OECD/PISA [95]: Đọc hiểu là năng lực của một cá nhân để hiểu, sử dụng và phản ánh về các bài viết, để đạt được các mục đích của một người, để phát triển kiến thức tiềm năng của một người và để tham gia vào xã hội. Hiểu biết Toán là năng lực của một cá nhân để xác định và hiểu vai trò của toán học trong cuộc sống, để đưa ra những phán xét có cơ sở, để sử dụng và gắn kết với toán học theo các cách đáp ứng nhu cầu của cuộc sống của cá nhân đó với tư cách là một công dân có tính xây dựng, biết quan tâm và biết phản ánh [95]. Lĩnh vực hiểu biết toán được hiểu là những khả năng của HS để phân tích, suy luận và giao tiếp các ý tưởng một cách hiệu quả khi các em đặt, thiết lập, giải và giải thích các vấn đề toán học trong nhiều tình huống khác nhau.

Hiện nay, đánh giá của OECD/PISA được nhiều quốc gia hưởng ứng vì nó tập trung vào các bài toán thực tế, đặc biệt là những loại tình huống và vấn đề thường hay gặp trong lớp học [109, tr. 18].

+ Căn cứ vào định hướng đổi mới kiểm tra đánh giá kết quả học tập của HS

Một trong những điểm mới kỳ thi THPT Quốc gia 2015 do Bộ Giáo dục và Đào tạo tổ chức là đề thi sẽ đảm bảo cả 4 mức độ *nhận biết, thông hiểu, vận dụng, vận dụng cao;* Đề thi đòi hỏi HS vận dụng kiến thức tổng hợp, liên môn để làm bài, giải quyết các vấn đề liên quan đến thực tiễn cuộc sống; Công tác đề thi tiếp tục được đổi mới theo hướng đánh giá năng lực người học, tăng dần các câu hỏi ở mức độ vận dụng, các câu hỏi mở; nội dung câu hỏi chú trọng hình thành phẩm chất, năng lực của HS, đề thi sẽ tăng dần yêu cầu vận dụng kiến thức tổng hợp, liên môn từ dễ đến khó.

Trong giai đoạn hiện nay chúng ta đánh giá kết quả học tập môn Toán của HS theo các cấp độ sau đây:

- Nhận biết: Nhận biết được các tri thức cơ bản: khái niệm, tính chất, định lí...

- Thông hiểu: Hiểu đúng, hiểu đầy đủ các các tri thức cơ bản và có thể vận dụng được chúng trong những bài toán tương tự như các bài toán đã có trong SGK, SBT.

- Vận dụng ở cấp độ thấp: Vận dụng được các tri thức cơ bản để giải quyết các bài toán đòi hỏi có sự liên kết lôgic giữa các tri thức hoặc phải tổ chức lại các tri thức một cách đơn giản.

- Vận dụng ở cấp độ cao: Vận dụng được các tri thức cơ bản để giải quyết các bài toán không giống những bài toán trong SGK, SBT, đòi hỏi sự liên kết, sự tổng hợp, tổ chức lại các tri thức một cách không đơn giản hoặc giải quyết được bài toán có liên hệ với thực tiễn.

+ Căn cứ vào thực tiễn có nhiều công trình kiến trúc hiện đại, được thiết kế, xây dựng dựa trên những mô hình toán học:

Hiện nay có rất nhiều công trình kiến trúc hiện đại, được thiết kế, xây dựng dựa trên những mô hình toán học [89, tr. 24], với những hình dạng "bắt mắt" làm chúng ta không khỏi ngạc nhiên về sự độc đáo của chúng. Chẳng hạn nhà máy điện hạt nhân nguyên tử của Hoa kỳ, tháp truyền hình Guangzhou của Trung quốc… (Hình 38a, 38b, 38c) là những kiến trúc có dạng Hypeboloit [90, tr. 140]. Có thể kể thêm một số công trình khác như: Tòa nhà sinh thái Technosphere ở trung tâm thủ đô Dubai, các Tiểu vương quốc Ả-rập với thiết kế hình cầu. Trung tâm hội chợ thương mại văn hóa Hải Phòng – Việt Nam với hai mái hình cánh diều được cắt ra từ một mặt trụ …

a **b** **c**

Hình 38

Vấn đề là những tri thức hình học tiềm ẩn trong những công trình kiến trúc hiện đại đó là gì? Có thể dựa trên những tri thức hình học và những công trình kiến trúc hiện đại đó để thiết kế những bài toán về hiểu biết toán như thế nào?

2.4.3. Cách thực hiện biện pháp và cách sử dụng các bài toán thiết kế được

Cách 1: Dựa vào bốn mức độ đặt ra trong đề kiểm tra đánh giá kết quả học tập của HS, thiết kế bổ sung vào mẫu đề kiểm tra truyền thống một câu hỏi hoặc bài toán về vận dụng Toán học vào thực tiễn.

Ví dụ 2.4.1. Thiết kế bài toán về thể tích khối tròn (Hình học 12)

Câu 1 (Mức độ 1: Biết). Một khối trụ có bán kính đáy bằng 2m, chiều cao bằng 3m. Tính thể tích khối trụ đó.

Câu 2 (Mức độ 2: Hiểu). Một khối trụ có chu vi đáy bằng 12,6m, chiều cao bằng 4m. Tính thể tích khối trụ đó. (Lấy π bằng 3,14 và làm tròn kết quả đến 2 chữ số sau dấu phẩy).

Câu 3 (Mức độ 3: Vận dụng đơn giản). Công ty Petrolimex Hà Nội có hệ thống kho chứa dầu hình trụ như hình 39.

Hình 39

Biết mỗi kho chứa dầu có thể tích là 90.000m^2. Biết chiều cao của mỗi kho là 30m. Hãy tính bán kính của mỗi kho đó?

Câu 4 (Mức độ 4: Vận dụng nâng cao – vận dụng vào thực tiễn).

Một công ty cần sản xuất 5000 vỏ hộp sữa, mỗi hộp chứa vừa đủ 300 gam sữa, không kể vỏ. Bạn hãy giúp công ty đó tính chiều cao và chu vi đáy hộp sữa sao cho tiết kiệm nhất số nguyên vật liệu làm vỏ hộp.

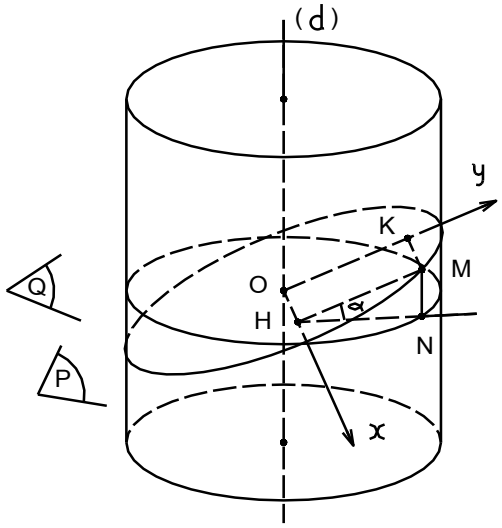
Ví dụ 2.4.2. Thiết kế hệ thống bài toán "hiểu biết" về giao tuyến của mặt trụ tròn xoay và mặt phẳng (Hình học 12)

Cho một mặt phẳng (P) cắt một mặt trụ tròn xoay (T) theo giao tuyến (G). (Hình 40)

Câu 1: (G) là hình gì nếu (P) vuông góc với trục hình trụ?

Câu 2: (G) là hình gì nếu (P) xiên góc với trục hình trụ?

Câu 3: Trong mặt phẳng (P) lập hệ tọa độ vuông góc với gốc tọa độ là giao điểm O của (P) và trục hình trụ (d), trục hoành là giao tuyến của (P) và mặt phẳng qua O, vuông góc với trục hình trụ. Mối liên hệ giữa hoành độ và tung độ của điểm M bất kỳ trên (G) là thế nào?



Hình 40

Hướng dẫn

Câu 1: (G) là hình tròn

Câu 2: (G) là hình elíp

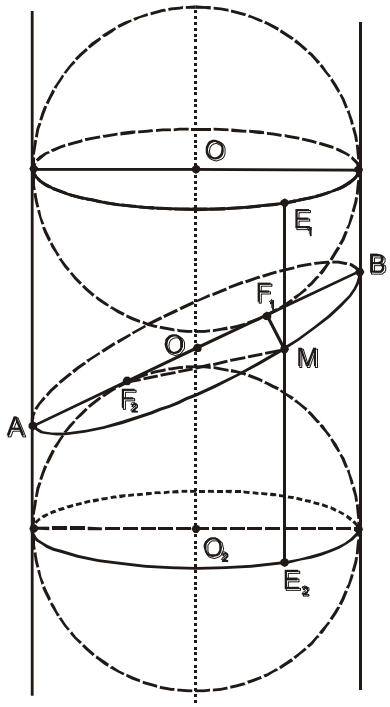
Câu 3: Nếu chưa trả lời được câu hỏi 3, có thể tham khảo những gợi ý sau đây:

- Gọi (C) là giao tuyến của hình trụ với mặt phẳng qua O, vuông góc với trục hình trụ, gọi N là hình chiếu của M trên (C), gọi α là góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng chứa (C), H là hình chiếu của M trên trục hoành. Dựa vào mối quan hệ giữa OH và HN, giữa HN và HM để có được mối liên hệ giữa hoành độ và tung độ của điểm M.

- Kết quả: Tọa độ M thỏa mãn phương trình elíp sau:

$$\frac{x^2}{R^2}+\frac{y^2}{\left(\frac{R}{\cos\alpha}\right)^2}=1.$$

Chú ý: Trong sách GV Hình học 12, các tác giả đã giải thích về giao tuyến của mặt nón tròn xoay với mặt phẳng tại các trang 45, bằng cách sử dụng mặt cầu tiếp xúc với mặt trụ và mặt phẳng cát mặt trụ đó, theo phương pháp của Dandelin) [41] (Hình 41).



Hình 41

Cách 2: Khai thác những tri thức Hình học tiềm ẩn trong những công trình kiến trúc hiện đại để thiết kế những bài toán hoặc hệ thống bài toán liên quan đến những công trình đó.

Các bước thực hiện cách này như sau:

+ *Bước 1:* GV cần phải phát hiện ra những tri thức hình học tiềm ẩn trong những công trình kiến trúc hiện đại. Muốn vậy cần phải đặt ra những câu hỏi, những vấn đề từ việc quan sát các công trình kiến trúc như sau:

- Kiến trúc này gần gũi với hình dạng không gian nào trong chương trình Hình học THPT?

- Những đường thẳng, mặt phẳng, mặt cong được ẩn khuất trong những kiến trúc đó như thế nào?

- Những vấn đề về đại lượng (khoảng cách, độ lớn góc, diện tích, thể tích) có thể đặt ra từ kiến trúc đó như thế nào?

- Những mối liên hệ, quan hệ song song, quan hệ vuông góc… có thể khai thác được trong kiến trúc đó như thế nào?

+ *Bước 2:* GV cần đặt ra một hệ thống câu hỏi, bài toán phù hợp, sắp xếp theo một trình tự lôgic sao cho việc giải quyết bài toán trước có thể gợi mở cho việc giải quyết bài toán sau, hỗ trợ cho HS giải quyết vấn đề.

+ *Bước 3:* GV tổ chức cho HS thảo luận, học hợp tác, hoặc làm các bài tập lớn, tổ chức seminar, thực hiện dự án… Thông qua đó, HS sẽ thấy được ý nghĩa của những nội dung môn Toán đang được học ở trường trung học Phổ thông, thấy được những điều mình học thật lí thú và hấp dẫn.

Chú ý: Những bài toán dạng này cần đến một thời lượng đủ lớn và cần có sự hợp tác làm việc. Bởi vậy, với những dạng toán này, GV nên giao cho HS dưới dạng phiếu học tập và cần tổ chức cho HS thảo luận nhóm, seminar. Cũng có thể tổ chức cho HS thực hiện nhiệm vụ dưới dạng một dự án hoặc một hợp đồng dạy học.

Ví dụ 2.4.3. Thiết kế bài toán từ việc quan sát các kiến trúc hiện đại (Hình học 12)

Trở lại hình 38:

Câu 1: Các công trình kiến trúc trong hình 38 có chung hình dạng gì? (dạng hypeboloit tròn xoay một tầng) [48, tr. 48].

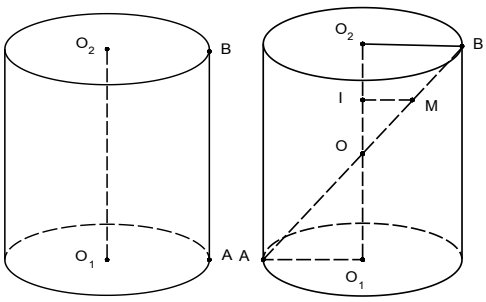
Câu 2: Có thể sử dụng những thanh thép thẳng, những cột bê tông thẳng để tạo nên cấu trúc khung của công trình được hay không?

Để có câu trả lời, hãy nghiên cứu hệ thống các bài toán liên quan tới cấu trúc này, được đặt ra như sau:

Bài 1. Cho hình trụ tròn xoay có trục $O_1O_2 = l$, các đường tròn đáy là (O_1, R) và (O_2, R). Xét đoạn thẳng AB có độ dài bằng k không đổi, di động tựa trên hai đường tròn đáy: A di động trên đường tròn (O_1, R) và B di động trên đường tròn (O_2, R). Chứng minh rằng mỗi điểm M thuộc đoạn AB đều di động trên một đường tròn cố định.

Hướng dẫn

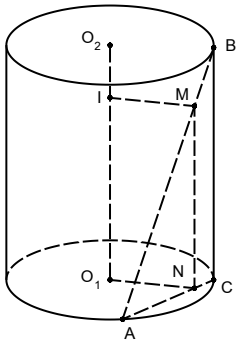
Trường hợp 1: Nếu *AB* song song với trục O_1O_2 thì hiển nhiên mỗi điểm *M* di động trên một đường tròn bằng các đường tròn đáy của hình trụ, trong mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy của hình trụ. (hình 42)



Hình 42 Hình 43

Trường hợp 2: Nếu *AB* cắt trục O_1O_2 tại điểm *O* thì *O* vừa là trung điểm của *AB*, vừa là trung điểm của O_1O_2. Khi đó, gọi I là hình chiếu của M trên O_1O_2, ta có $\frac{MI}{AO_1} = \frac{OM}{OA} = \frac{OI}{OO_1}$. Do *M* cố định trên *AB*, độ dài *OM, OA,* AO_1 không đổi, nên *I* cố định và độ dài $MI = \frac{2R.OM}{k}$ không đổi, suy ra *M* di động trên đường tròn tâm I, bán kính *MI*, trong mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy của hình trụ (trừ khi M trùng với O). (hình 43)

Trường hợp 3: *AB* và trục O_1O_2 chéo nhau (hình 44):



Hình 44

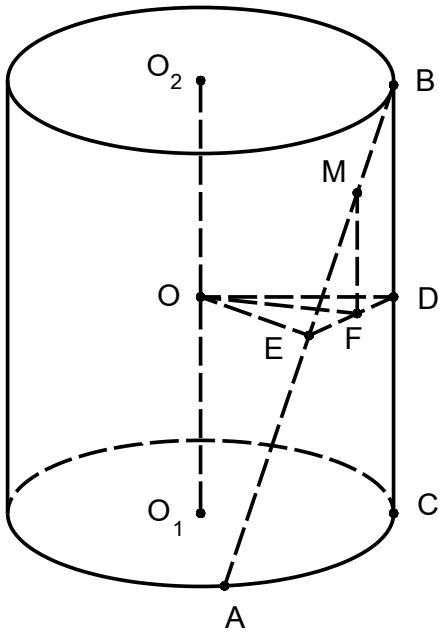
Gọi *C* là hình chiếu của *B* trên mặt phẳng (O_1, R), *I* là hình chiếu của *M* trên O_1O_2 *và gọi N* là hình chiếu của *M* trên *AC*, ta có:

$$MI = O_1N,\ MN = IO_1 \text{ và } \frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}.$$

Do *M* cố định trên *AB*, độ dài *AM*, *AB*, *BC* không đổi nên các độ dài *AC*, *AM*, *AN*, *MN*, O_1N cũng không đổi. Dẫn đến *I* cố định và *M* di động trên đường tròn tâm I, bán kính *MI*, trong mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy của hình trụ. (Hình 44)

Bài 2. Cho hình trụ tròn xoay có trục $O_1O_2 = l$, các đường tròn đáy là (O_1, R) và (O_2, R) (Hình 45). Xét đoạn thẳng *AB* có độ dài bằng *k* không đổi, di động tựa trên hai đường tròn đáy: *A* di động trên đường tròn (O_1, R) và *B* di động trên đường tròn (O_2, R). Gọi *O* là trung điểm O_1O_2, gọi E là trung điểm *AB* và gọi *D* là trung điểm *BC*, Xét điểm *M* cố định trên đoạn *AB*, gọi *F* là hình chiếu của *M* trên *ED*. Tìm hệ thức liên hệ giữa độ dài *MF* và *OF* với các độ dài *R*, *l*, *k*.

Hướng dẫn:



Hình 45

Vì *OA* = *OB* nên $OE \perp AB$, dẫn đến $OE \perp (EBD)$, $OE \perp ED$, Ta có:

$$\frac{MF}{BD} = \frac{EF}{ED} \text{ suy ra: } \frac{MF^2}{BD^2} = \frac{OF^2 - OE^2}{ED^2}.$$

Thay $ED^2 = BE^2 - BD^2 = \frac{k^2 - l^2}{4}$; $OE^2 = OD^2 - ED^2 = R^2 - \frac{k^2 - l^2}{4} = \frac{4R^2 - k^2 + l^2}{4}$

Ta được: $\frac{MF^2}{BD^2} = \frac{4OF^2 - 4R^2 + k^2 - l^2}{k^2 - l^2}$, hay $\frac{4MF^2}{l^2} = \frac{4OF^2 - 4R^2 + k^2 - l^2}{k^2 - l^2}$.

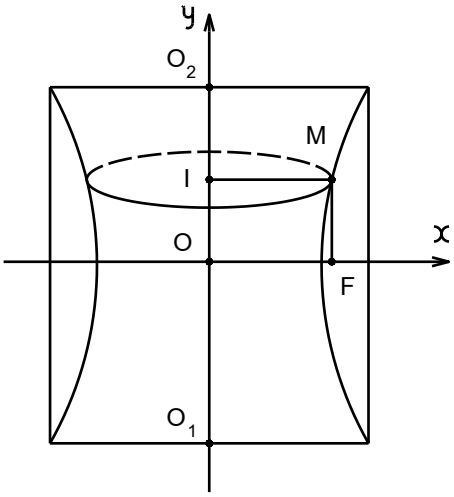
Suy ra mối liên hệ giữa *MF* và *OF* là: $\frac{OF^2}{k^2 - l^2} - \frac{MF^2}{l^2} = \frac{4R^2 - k^2 + l^2}{4(k^2 - l^2)}$. (*)

Bài 3. Chứng minh rằng mặt (*H*) do *AB* trong quá trình quay xung quanh trục (O_1O_2) sinh ra là mặt hypeboloit.

Hướng dẫn:

Mặt (*H*) do *AB* trong quá trình quay xung quanh trục (O_1O_2) sinh ra là hợp của những đường tròn, mỗi vòng tròn ứng với một điểm trên đoạn AB, trong quá trình quay sinh ra.

Gọi (*P*) là một mặt phẳng bất kì qua trục (O_1O_2) và (*C*) là giao tuyến của mặt (*H*) và mặt phẳng (P). Trong (P) lập hệ tọa độ Đề-Các vuông góc, gốc O là trung điểm O_1O_2, chiều dương trục tung *Oy* chứa O_2, trục hoành *Ox* qua *O* và vuông góc với Oy (Hình 46).



Hình 46

Trong hệ tọa độ này, mối liên hệ giữa hoành độ *x* và tung độ *y* của mỗi điểm M thuộc (C) được thể hiện qua mối liên hệ giữa độ dài *MF* và OF của bài toán 2 ở trên, với |y| = MF và |x| = OF.

Từ đẳng thức (*) ở trên ta có:

$\frac{x^2}{k^2-l^2}-\frac{y^2}{l^2}=\frac{4R^2-k^2+l^2}{4(k^2-l^2)}$, hay $\frac{x^2}{\frac{4R^2-k^2+l^2}{4}}-\frac{y^2}{\frac{(4R^2-k^2+l^2)l^2}{4(k^2-l^2)}}=1$.

Do $4R^2-k^2+l^2=QC^2-AB^2+BC^2=QC^2-AC^2=QA^2>0$, ta có thể đặt:

$a^2=\frac{4R^2-k^2+l^2}{4}$ và $b^2=\frac{(4R^2-k^2+l^2)l^2}{4(k^2-l^2)}$. Suy ra phương trình liên hệ giữa hoành độ và tung độ của mỗi điểm M thuộc (C) là $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ (1)

Vậy (*H*) là mặt hyperboloid do hypebol có phương trình (1) sinh ra, khi nó quay một vòng xung quanh trục ảo của nó.

2.5. Biện pháp 5. Dựa trên các hình, khối hoặc tình huống trong thực tiễn, đưa vào các yếu tố phù hợp để thiết kế những bài toán tính toán các đại lượng về độ dài, diện tích, góc, thể tích của những hình, khối trong chương trình Hình học THPT.

2.5.1. Mục đích của biện pháp

Thiết kế những bài toán tính toán các đại lượng về độ dài, diện tích, thể tích của những hình, khối có hình dạng trong chương trình Hình học THPT, nhằm rèn luyện kỹ năng tính toán, vận dụng các công thức cho HS.

2.5.2. Căn cứ của biện pháp

+ Căn cứ vào nhu cầu đo đạc, tính toán các đại lượng Hình học

Vấn đề đo đạc, tính toán các đại lượng Hình học đã được đặt ra đầu tiên trong quá trình hình thành và phát triển Hình học. Một trong những lí do mà tên tuổi của Ta-let (Thales) được biết đến và lưu truyền cho đến ngày nay là do ông đã có một cách đo độ cao của kim tự tháp nhờ vào kiến thức Hình học.

Chúng ta đang sống trong không gian vật lí ba chiều của thế giới thực. Xung quanh ta có không ít những hình-khối có hình dạng của những hình trong chương trình Hình học THPT. Nếu chúng ta khai thác và đưa vào các

kích thước phù hợp, sẽ tạo ra được các bài toán liên quan tới các đại lượng về độ dài, diện tích, thể tích của các hình, khối, tạo điều kiện cho HS thực hành vận dụng những kiến thức toán học vào thực tiễn.

Những hình, khối có hình dạng của những hình trong chương trình Hình học THPT chúng ta thường gặp là hình dạng các khối hộp (trong những tòa nhà, những công-ten-nơ chứa hàng, những vật dụng hàng ngày: khay, hộp…) hoặc những hình-khối tròn xoay (hình trụ, hình nón, hình nón cụt) như thùng phuy, téc nước, téc dầu…

Những hình, khối đó là những vật liệu để chúng ta thiết kế những bài toán tính toán các đại lượng về độ dài, diện tích, thể tích có hình dạng của những hình trong chương trình Hình học THPT.

+ Căn cứ vào hiện trạng dạy và học Hình học ở trường THPT

Những bài toán về đo các khoảng cách giữa hai vị trí không thể đo trực tiếp được hay những bài toán về đo chiều cao của ngôi nhà, chùa chiền, đỉnh tháp, ngọn cây… đã được giới thiệu không ít trong các SGK, SBT Hình học THPT (các tài liệu tham khảo từ [14] đến [19] và từ [46] đến [51], như chúng tôi đã thống kê và trình bày trong chương 1). Theo đó, chúng ta có thể tạo ra những bài toán tương tự.

Hiện nay nhiều thầy cô giáo đã sử dụng các hình ảnh, hình vẽ Hình học có liên quan với thực tiễn để gợi động cơ mở đầu bài học, tạo sự hấp dẫn, hứng thú cho HS. Song, những bài toán về thực hành tính toán đo đạc các đại lượng Hình học chưa được nhiều thầy cô giáo quan tâm. Mặc dù, trong thời đại ngày nay phương pháp bán hàng qua mạng là khá phổ biến. Những sản phẩm được quảng cáo rất phong phú và đa dạng về mẫu mã, chất lượng trong đó có rất nhiều hình dạng Hình học. Các thầy cô giáo có thể khai thác nguồn hình vẽ, hình ảnh phong phú đó để thiết kế các bài toán có ứng dụng thực tiễn cho HS thực hành tính toán.

2.5.3. Cách thực hiện biện pháp và cách sử dụng các bài toán đã thiết kế trong dạy học Hình học ở trường THPT

Tìm kiếm trong thực tế hoặc trên mạng Internet những hình vẽ, hình ảnh về những hình, khối Hình học trong thực tiễn, đưa vào các yếu tố phù hợp để thiết kế những bài toán tính toán các đại lượng về độ dài, góc, diện tích, thể tích của những hình, khối có hình dạng trong chương trình Hình học THPT, phù hợp với ý tưởng dạy học.

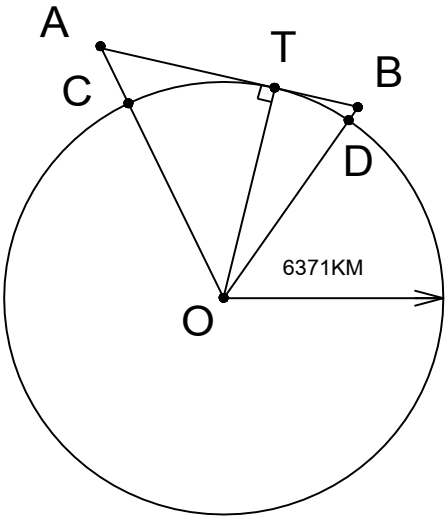
Các ví dụ:

Ví dụ 2.5.1. Thiết kế bài toán về tính độ cao của ngọn hải đăng từ thông tin lấy trên mạng Internet, dùng trong bài Mặt cầu (Hình học 12)

Từ thông tin về ngọn hải đăng cao của đảo Cô Tô thuộc huyện Cô Tô, tỉnh Quảng Ninh, ta có thể thiết kế bài toán sau để sử dụng trong bài Mặt cầu – Hình học 12, về vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt cầu [48, tr. 41], như sau:

Cần xây dựng ngọn hải đăng cao bao nhiêu (tính đến vị trí đặt đèn) trên trên đỉnh cao 101m (so với số 0 trên hải đồ) của đảo Cô Tô (thuộc huyện Cô Tô, tỉnh Quảng Ninh) để có thể quan sát được nó từ độ xa 27 hải lí (50 km), với giả thiết chiều cao của mắt người quan sát (đứng trên tầu) là 10 mét (Hình 47 a).

Hình 47 a



Hình 47 b

Hướng dẫn

Gọi AC là độ cao của ngọn hải đăng so với mặt nước biển, BD là chiều cao của mắt người quan sát (đứng trên tầu). Độ cao tối thiểu để B có thể quan sát được A khi AB là một tiếp tuyến của quả cầu trái đất (gọi T là tiếp điểm). Hình 47 b

Ta có: OC = OD = OT = R ≈ 6371 (km), BD = 10 (m).

Xét các tam giác vuông OBT và OAT:

$BT^2 = OB^2 - OT^2 = (R + 10)^2 - R^2$

Suy ra $BT = \sqrt{20.R + 100} = \sqrt{63700030{,}25} = 11288{,}05$

Tương tự: $AT = 50000 - 8743{,}69 \approx 38711{,}95$

$OA = \sqrt{AT^2 + OT^2} \approx 6371117{,}5$; $AC = OA - R \approx 117{,}5$

Vậy chiều cao ngọn hải đăng cần xây dựng có độ cao xấp xỉ là:

117,5 - 101=16,5 mét.

Ví dụ 2.5.2. Thiết kế bài toán về tính diện tích bề mặt của một công trình xây dựng, được thiết kế theo "Tỉ lệ vàng" (Hình học 12)

Trong kiến trúc, xây dựng, hội họa, "Tỉ lệ vàng" là một đại lượng có một giá trị đặc biệt. Tỉ số giữa hai số dương $\varphi = \frac{a}{b}$ thỏa mãn $\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$ được gọi là tỉ số vàng (φ xấp xỉ 1,62). Tỉ lệ này là nguồn cảm hứng của nhiều nhà kiến trúc sư, họa sĩ... để tạo ra một tác phẩm đẹp. Một hình chữ nhật có tỉ số hai cạnh là tỉ số vàng được gọi là hình chữ nhật vàng. Theo Adrian Bejan, giáo sư đại học Duke: Tỉ lệ vàng là tỉ lệ hình học đẹp nhất vì mắt người có thể quét nhanh nhất một hình ảnh có dạng hình chữ nhật vàng.

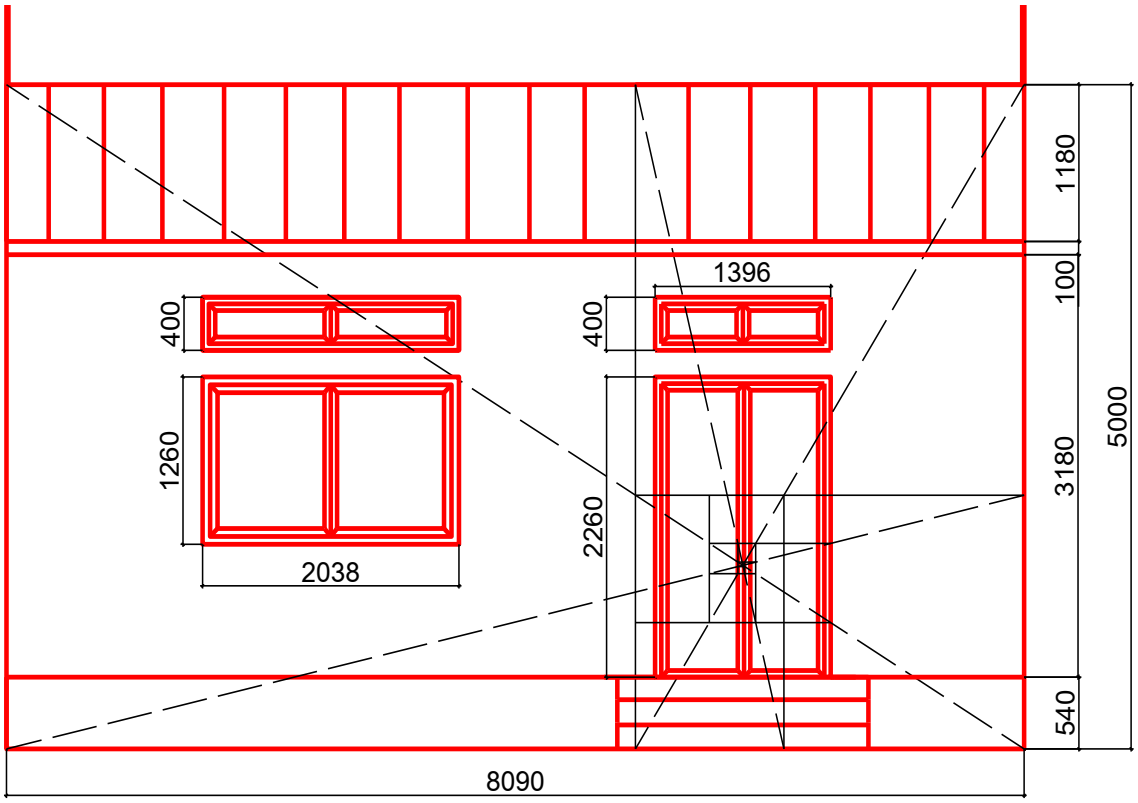
Từ hình ảnh về ngôi đền Parthenon thờ thần Athena, được xây dựng theo các tỉ lệ vàng, vào thế kỷ 5 trước Công nguyên, ở Acropolis, ta có thể tạo

ra bản thiết kế cho một ngôi nhà và bài toán vừa để HS thực hành tính toán, vừa để giới thiệu về tỉ lệ vàng trong các kích thước của các hình khối không gian, dạy trong bài khối đa diện – Hình học 12 như sau:

Một gia đình vừa xây dựng một ngôi nhà với kích thước ghi trên bản vẽ (Hình 48a, 48b).

a) Hãy xem trong các hình chữ nhật có trong hình 48a, hình chữ nhật nào có tỉ số vàng (tỉ số giữa chiều dài và chiều rộng của các hình chữ nhật xấp xỉ 1,618). Kết quả điền vào bảng 5.1.

b) Tính giá thành sơn toàn bộ diện tích trong nhà và số thùng sơn cần dùng (chỉ trừ diện tích cửa sổ và cửa ra vào mặt tiền, các ô thoáng, theo đơn giá 38.000đ/1m^2; Lượng sơn cần dùng cho 1m^2 tường là 0,433 lít; một thùng sơn là 18 lít; 2 lần sơn lót chống kiềm và 2 lần sơn màu). (Hình 48b)



Hình 48 a

STT	Hình chữ nhật	Chiều dài	Chiều rộng	Tỉ số dài/rộng	Có hay không tỉ số vàng?
1	Mái				
2	Mặt trước				
3	Cửa sổ trước				
4	Ô thoáng cửa sổ				
5	Cửa ra vào				
6	Ô thoáng cửa ra vào				

Bảng 5.1

Hình 48 b

Hướng dẫn câu b

A. Diện tích của nhà:

- Diện tích mặt ngoài: 3,28×(5+8,09)×2=85,870m^2

$\frac{1}{2}$×1,18×5,54×2=5,900m^2

+ Ô văng: 0,7×8,09=5,633m^2

+ Tổng: 5,633+85,870+5,900=97,403m^2

- Diện tích mặt trong: 3,28×(4,54+7,65)×2=79,966m^2

$\frac{1}{2}$×1,18×4,54=5,357m^2

+Tổng: 79,966+5,357=85,323m^2

- Diện tích cửa:

+ Cửa chính: 1,396×2,26=1,759m^2

+ Cửa sổ: 1,26×2,038×2=5,135m^2

+ Ô thoáng: 0,4×2,038=0,815m^2; 0,4×1,396=0,558m^2

+ Tổng diện tích cửa: 5,135+1,79+0,815+0,558=8,267m^2

* Diện tích sơn của nhà:

- Diện tích mặt ngoài: 97,403-8,267=89,136m^2

- Diện tích mặt trong: 85,323-8,267=77,056m^2

- Tổng: 89,136+77,056=166,192 m^2

* Chi phí sơn:

+ Chi phí nhân công cho 1m^2 sơn: 9.000đ

+ Chi phí sơn cho 1m^2 sơn: 10.000đ

+ Lượng dùng 2 lần sơn lót chống kiềm và 2 lần sơn màu, tổng chi phí cho một 1m^2 là: 38.000đ

+ Tổng chi phi sơn nhà: 166,192×38.000=6.315.296 đ

+ Lượng sơn cần dùng cho 1m^2 tường: 0,433 lít

+ Số thùng sơn phải nhập là: 0,433×166,192=72 lít; 4 thùng (2 thùng sơn lót, 2 thùng sơn màu).

B. Diện tích mái tôn:

+ Diện tích mái: 2,769×8,09×2=44,802m^2

+ Chi phí làm 1m^2 mái tôn: 380.000 đ

+ Tổng chi phí làm mái tôn: 44,802× 380,000=17.024.760 đ

Ví dụ 2.5.3. Thiết kế bài toán tính toán thể tích khối tròn xoay, dựa trên những hình ảnh lấy từ mạng internet (Hình học 12)

Từ những hình ảnh về hệ thống kho chứa dầu của Công ty Petrolimex Hà Nội, ta có thể thiết kế bài toán tính thể tích khối trụ như sau:

Công ty Petrolimex Hà Nội có hệ thống kho chứa dầu hình trụ (hình 49): Biết mỗi kho chứa dầu có thể tích là 90.000m^3. Biết chiều cao của mỗi kho là 30m. Hãy tính bán kính của mỗi kho đó?

Hướng dẫn

$$V = \pi r^2.h \rightarrow 90.000 = \pi.30.r^2 \rightarrow r^2 = \frac{3000}{\pi} \rightarrow r = \sqrt{\frac{3000}{\pi}}$$

$$r \approx 30{,}9\ (mét)$$

Hình 49

Tương tự, từ những hộp sữa có nhiều trong thực tế, ta có thể thiết kế những bài toán kiểu như sau:

Ví dụ 2.5.4. Thiết kế bài toán tính thể tích hộp sữa (Hình học 12)

Hộp sữa Ông thọ của hãng Vinamilk có trọng lượng 380g, có đường kính đáy d = 7,6 cm và chiều cao h = 8 cm. (Hình 50)

a) Tính thể tích hộp sữa.

b) Thể tích hộp sữa có đồng nhất với trọng lượng của nó hay không?

Hướng dẫn

Hình 50

Áp dụng công thức: $V = \pi r^2 h$.

Trong trường hợp này: r = 3,8 cm, nên $V \approx 3,14.\ (3,8)^2.8 \approx 362,73\ cm^3$.

Suy ra thể tích của hộp sữa xấp xỉ 363 cm^3.

- Thể tích này không đồng nhất với trọng lượng (380g) ghi trên vỏ hộp sữa.

2.6. Tiểu kết chương 2

Chúng tôi đề xuất những biện pháp thiết kế bài toán hình học gắn với thực tiễn và sử dụng chúng trong dạy học hình học ở trường THPT như sau:

Biện pháp này được cụ thể hóa như sau:

Thứ nhất, sử dụng các hình ảnh, hình vẽ Hình học có liên quan với thực tiễn để gợi động cơ mở đầu bài học, tạo sự hấp dẫn, hứng thú cho HS.

Thứ hai, sử dụng những phương tiện thiết kế được từ những vật liệu trong thực tế, hỗ trợ HS tìm tòi, phát hiện tri thức Hình học và sử dụng những bài toán tính toán các đại lượng về độ dài, diện tích, thể tích của những hình-khối có hình dạng để luyện tập, củng cố tri thức, kĩ năng cho HS.

Thứ ba, cài đặt những câu hỏi, bài toán về hiểu biết Toán trong biện pháp 4 trong đề kiểm tra đánh giá kết quả học tập của HS, ở mức độ vận dụng nâng cao.

Thứ tư, tổ chức thảo luận, học hợp tác, bài tập lớn, seminar, dự án về những tình huống thực tiễn có thể toán học hóa, mô hình toán học hóa hoặc đào sâu, mở rộng những kiến thức Hình học phổ thông.

Chương 3
THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

3.1. Mục đích và tổ chức thực nghiệm sư phạm

3.1.1. Mục đích và giả thuyết thực nghiệm sư phạm

+ Mục đích: Thực nghiệm sư phạm (TNSP) nhằm đánh giá tính khả thi, hiệu quả của những biện pháp thiết kế bài toán Hình học gắn với thực tiễn và kết quả sử dụng những bài toán đã thiết kế được trong dạy học Hình học ở trường THPT.

+ Giả thuyết TNSP :

Giả thuyết 1: Những biện pháp thiết kế bài toán Hình học gắn với thực tiễn như đã đề xuất trong chương 2 luận án sẽ được giáo viên Toán THPT ủng hộ và theo đó họ có thể thiết kế được một số bài toán Hình học gắn với thực tiễn để sử dụng chúng trong dạy học hình học ở trường THPT.

Giả thuyết 2: Nếu sử dụng những bài toán Hình học gắn với thực tiễn đã thiết kế được trong dạy học Hình học ở lớp TNSP thì HS lớp TNSP sẽ hứng thú hơn trong học tập, kết quả vận dụng kiến thức vào thực tiễn sẽ cao hơn lớp đối chứng tương ứng.

3.1.2. Tổ chức thực nghiệm sư phạm

+ Các hoạt động TNSP:

Hoạt động 1: Gặp gỡ, trao đổi về các biện pháp ở chương 2 luận án với 50 giáo viên Toán của sáu tổ Toán thuộc sáu trường THPT (như đã trình bày trong mục 1.4.2) để xin ý kiến góp ý, đánh giá cho các biện pháp đã đề xuất và nhờ họ vận dụng các biện pháp để thiết kế một số bài toán Hình học gắn với thực tiễn. (Xem phụ lục 3)

Hoạt động 2: Tiến hành dạy bốn tiết thực nghiệm sư phạm về mặt trụ (gồm hai tiết lí thuyết và hai tiết bài tập) có đối chứng để đánh giá tính khả thi và hiệu quả của việc sử dụng những bài toán Hình học gắn với thực tiễn đã

thiết kế được. Mỗi lớp dạy TNSP tương ứng với một lớp đối chứng, có sĩ số và học lực tương đương (dựa vào kết quả đánh giá chất lượng đầu năm học của Ban giám hiệu trường THPT). GV dạy lớp TNSP và GV dạy lớp đối chứng tương đương về tuổi đời, tuổi nghề và về năng lực dạy học.

Các lớp TNSP và các lớp đối chứng tương ứng cụ thể như sau:

LớpTNSP (sĩ số)	Lớp ĐC (sĩ số)	Trường THPT	GV dạy lớp TNSP	GV dạy lớp đối chứng
12A 41	12A8 40	Cầu Giấy, Hà Nội	Trần Thị Lan Phương	Trần Thị Ngọc Lan
12A1 39	12A2 40	Vĩnh Bảo, Hải Phòng	Phạm Quốc Hiệu	Lã Viết Vinh
12A 40	12B 42	Gia lộc, Hải Dương	Phạm Bích Thảo	Phạm Bích Thảo
12A1 38	12A2 39	Phù Yên, Sơn La	Lê Đức Đạt	Bùi Anh Quân
12A1 40	12A6 39	Văn Lâm, Hưng Yên	Nguyễn Việt Hưng	Nguyễn Ngọc Long
12A10 45	12A6 46	Hiệp Bình, Q Thủ Đức, Tp Hồ Chí Minh	Trịnh Thị Hạnh	Chống A Tú

Thời gian tiến hành TNSP:

Lần 1: Từ ngày 12 tháng 10 đến ngày 02 tháng 11 năm 2013, tại các trường: Trường THPT Cầu Giấy, Hà Nội; Trường THPT Vĩnh Bảo, Hải phòng; Trường THPT Gia lộc, Hải Dương.

Lần 2: Từ ngày 09 tháng 10 đến ngày 05 tháng 11 năm 2014, tại các trường: Trường THPT Phù Yên, Sơn La; Trường THPT Văn Lâm, Hưng Yên; Trường THPT Hiệp Bình, Q Thủ Đức, Tp Hồ Chí Minh.

+ Phương pháp đánh giá kết quả TNSP:

Đánh giá kết quả hoạt động 1: Thông qua phiếu hỏi từ 50 GV.

Đánh giá kết quả hoạt động 2: Kết thúc bài thực nghiệm, chúng tôi tiến hành kiểm tra ở lớp thực nghiệm và lớp đối chứng với cùng một đề, cùng thời gian làm bài, chấm bài với cùng đáp án và thang điểm. Sau đó chúng tôi tiến hành tổng hợp, phân tích, xử lí kết quả các bài kiểm tra bằng phương pháp thống kê toán học, đánh giá về cả hai mặt: định lượng và định tính. Đồng thời chúng tôi cũng tổ chức lấy ý kiến của các GV dự giờ thực nghiệm, đánh giá về tiết dạy thực nghiệm.

+ Các bước chuẩn bị thực nghiệm sư phạm

Bước 1: Tác giả luận án chuẩn bị nội dung TNSP: các phiếu hỏi GV, giáo án TNSP, đề bài kiểm tra (xem các phụ lục 3, 4, 5, 6).

Bước 2: Tác giả luận án liên hệ với một số trường THPT đặt vấn đề TNSP. Các trường có TNSP không có đặc điểm riêng biệt nào, có trường ở một quận thuộc thành phố trực thuộc trung ương (thành phố Hà Nội, thành phố Hồ Chí Minh), có trường ở vùng nông thôn (Gia Lộc, Hải Dương), có trường ở vùng núi (Phù Yên, Sơn La). Sau khi được sự đồng ý của Ban giám hiệu nhà trường, tác giả luận án đã gặp gỡ, trao đổi với các giáo viên Toán thuộc tổ Toán của các trường đó về nội dung TNSP qua hai hoạt động đã trình bày ở trên. Tiếp đó, tác giả luận án đã liên hệ với một số GV dạy TNSP và dạy các lớp đối chứng tại các trường THPT có TNSP, trao đổi về mục đích, nội dung, tổ chức TNSP, phương pháp đánh giá kết quả TNSP, xin ý kiến về phiếu hỏi sau TNSP, về bài kiểm tra và đề kiểm tra.

Bước 3: Triển khai TNSP.

Bước 4: Xử lí kết quả TNSP.

3.2. Giáo án thực nghiệm sư phạm

Chương 2. Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu (Hình học 12)

Theo phân phối chương trình (chuẩn), chương này được dạy trong 11 tiết, gồm 5 tiết khái niệm về mặt tròn xoay (mặt trụ, mặt nón), 4 tiết về mặt cầu và 2 tiết ôn tập chương. Mục tiêu là làm cho HS hiểu được khái niệm về mặt tròn xoay, sự tạo thành mặt tròn xoay, các yếu tố của mặt tròn xoay như đường sinh, trục, biết các tính chất chung của mặt tròn xoay, biết mặt cầu và vị trí tương đối của mặt cầu với đường thẳng, mặt phẳng; nhớ công thức và biết tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình trụ, hình nón, hình cầu; nhớ công thức và biết tính thể tích khối trụ, khối nón, khối cầu. Trong các bài toán ở chương này, không có bài nào có liên hệ với thực tiễn.

Chúng tôi thiết kế 4 tiết về mặt trụ (gồm 2 tiết lí thuyết và 2 tiết bài tập) theo hướng tăng cường liên hệ nội dung bài dạy với thực tiễn. Cụ thể như sau:

KHÁI NIỆM VỀ MẶT TRÒN XOAY (4 tiết)

I) Mục tiêu: HS cần đạt được các yêu cầu sau đây:

+ *Về kiến thức:*

- Định nghĩa được mặt trụ tròn xoay, Mặt nón tròn xoay, mặt cầu và mặt tròn xoay ở dạng tổng quát;
- Biết thế nào là trục, đường sinh, đường tròn đáy của mặt tròn xoay;
- Biết giao tuyến của mặt tròn xoay với các mặt phẳng ở vị trí đặc biệt: Mặt phẳng vuông góc với trục, mặt phẳng chứa trục, mặt phẳng song song với trục;
- Biết công thức tính diện tích mặt trụ, thể tích khối trụ và biết tại sao có công thức đó.

+ *Về kỹ năng:*

- Vận dụng được công thức diện tích mặt trụ, thể tích khối trụ trong một số trường hợp cụ thể.

+ *Về thái độ:*

- Tích cực tham gia các hoạt động phát hiện, kiến tạo tri thức;
- Thấy được ý nghĩa và giá trị thực tiễn của những tri thức trong bài học.

II) Sự chuẩn bị của GV và phương pháp dạy học

+ Sự chuẩn bị của GV:

- Chuẩn bị một số đồ vật có dạng hình trụ thường thấy trong thực tiễn, như: hộp sữa, hộp giấy cát-tông, cuộn giấy, vỏ chai nước…
- Chuẩn bị bản trình chiếu một số hình vẽ, hình ảnh về mặt tròn xoay và dụng cụ tạo ra mặt tròn xoay.
- Chuẩn bị các phiếu học tập thiết kế theo nội dung bài dạy (như trình bày dưới đây);

+ Về phương pháp:

- Kết hợp một số phương pháp dạy học tích cực: Phát hiện và giải quyết vấn đề, Khám phá có hướng dẫn, hợp tác nhóm… theo quan điểm: HS tự kiến tạo tri thức.
- Tăng cường gắn kết nội dung bài học với thực tiễn.

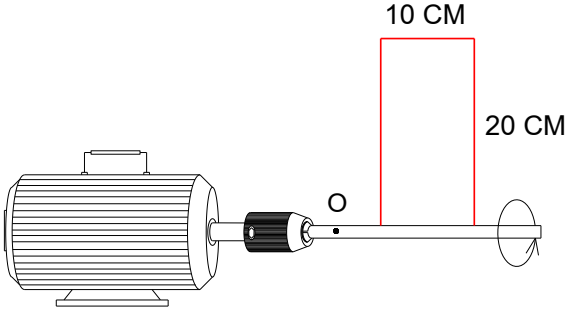
III) Tiến trình

Tiết 1. Khái niệm về Mặt tròn xoay

1. Mặt trụ:

+ **Hoạt động 1** (tiếp cận khái niệm):

- GV sử dụng dụng cụ tạo ra mặt tròn xoay (như đã trình bày tại trang 57-58 của luận án) và hỏi hình được tạo thành khi quay giống như hình gì ta thường gặp hàng ngày?



- HS: Quan sát và trả lời câu hỏi. (giống hình vỏ chai, cái cốc, thùng nước…).

- GV: Các hình mà các em đã kể ra có những tính chất gì giống nhau?

- HS: Chúng đều tựa trên một đường tròn/Chúng được tạo bởi những đường thẳng song song…

+ **Hoạt động 2** (GV hợp thức hóa khái niệm):

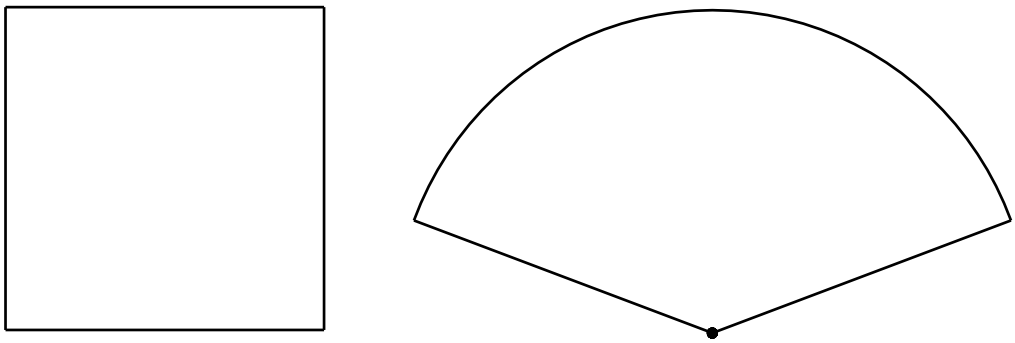
- Người ta gọi hình được tạo thành là mặt trụ tròn xoay (hoặc đơn giản là mặt trụ); đường tròn mà các em nói đến được gọi là *đường chuẩn*, các đường thẳng song song mà các em nói đến được gọi là *đường sinh*; Trục để quay ra hình này gọi là *trục quay*.

- Một cách tổng quát: Trong không gian, cho một đường thẳng Δ và một đường C (có thể cong hoặc thẳng) khác với Δ. Mỗi điểm M trên C khi quay xung quanh trục Δ sẽ vạch ra một đường tròn có tâm trên Δ. Đường C sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là đường sinh, Δ làm trục quay.

Nếu C là đường thẳng song song Δ (như đã thấy qua mô hình) ta được một mặt tròn xoay gọi là mặt trụ; Nếu C là đường thẳng cắt xiên góc với đường thẳng Δ (như đã thấy qua mô hình) ta được một mặt tròn xoay gọi là mặt nón. Nếu C là đường tròn có đường kính nằm trên đường thẳng Δ (như đã thấy qua mô hình) ta được một mặt tròn xoay gọi là mặt cầu; Nếu C là đường hypebol có trục ảo thuộc đường thẳng Δ ta được mặt hypeboloit tròn xoay một tầng.

- GV trình chiếu các mặt tròn xoay nói trên nhờ máy tính điện tử và máy chiếu Projecter.

+ **Hoạt động 3** (hoạt động làm thử): GV phát cho mỗi bàn HS một miếng giấy hình chữ nhật và một miếng bìa cắt thành hình quạt, yêu cầu HS cuộn lại thành mặt trụ, mặt nón.



Hoạt động 4: (Ghi nhớ) Định nghĩa mặt trụ, mặt tròn xoay trong SGK.

Tiết 2: Diện tích mặt trụ và thể tích khối trụ

1. Khái niệm mặt trụ và khối trụ

+ **Hoạt động 5** (GV giới thiệu khái niệm hình trụ và khối trụ)

Cắt mặt trụ T trục Δ, bán kính r bởi hai mặt phẳng phân biệt (P) và (P’) cùng với hai hình tròn xác định bởi (C) và (C’) được gọi là *hình trụ*.

Hai đường tròn (C) và (C’) gọi là hai đường tròn đáy, hai hình tròn xác định bởi chúng gọi là hai mặt đáy của hình trụ, bán kính của chúng (bằng r) gọi là bán kính của hình trụ. Khoảng cách giữa hai mặt đáy gọi là chiều cao của hình trụ. Phần mặt trụ nằm giữa hai đáy gọi là mặt xung quanh của hình trụ. Hình trụ cùng với phần bên trong của nó được gọi là khối trụ.

2. Diện tích hình trụ và thể tích khối trụ

+ **Hoạt động 6** (phát hiện công thức)

- GV đưa ra một hình trụ (một cuộn giấy hoặc hộp sữa…) và đặt vấn đề: Làm thế nào để tính được diện tích xung quanh của mặt trụ? (GV dùng tay mô tả bề mặt xung quanh của hình đưa ra)

- HS: Ta mở tờ giấy quấn quanh hình trụ này ra.

- GV: Cách làm này gọi là khai triển (hoặc trải) bề mặt xung quanh của mặt trụ lên một mặt phẳng. Ta được một hình chữ nhật và diện tích xung quanh mặt trụ bằng diện tích hình chữ nhật đó.

Vậy, công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ theo bán kính đáy và chiều cao h của nó như thế nào?

- HS: $Sxq=2\pi r.h$

- GV: Phát biểu bằng lời công thức này như thế nào?

- HS: Diện tích xung quanh hình trụ bằng chu vi đáy nhân với đường cao.

- GV: Giới thiệu khái niệm diện tích toàn phần của hình trụ và yêu cầu HS viết công thức S_{tp}.

- HS: $S_{tp} = S_{xq} + 2.S_{đáy} = 2\pi rl + 2\pi r^2$.

+ **Hoạt động 7** (Dự đoán công thức thể tích khối trụ)

- GV: Giới thiệu một khối trụ (một cốc nước dạng khối trụ, một hộp sữa…) và đặt vấn đề: Tính thể tích khối trụ như thế nào?

- HS: Đổ nước vào đầy cốc/đổ sữa từ hộp ra và cân lên xem được bao nhiêu, ta sẽ tính được thể tích tương ứng.

- GV: Cách thức các em đề xuất cũng tốt, theo kiểu Ac-si-met, nhưng với các khối trụ cỡ lớn thì đo thể tích như thế nào?

- HS: …

- GV: Chúng ta cần tìm ra công thức tính thể tích khối trụ như thế nào, dựa theo bán kính đáy và chiều cao của nó?

Hãy dựa vào cách tính thể tích các khối hình đã biết. Theo em công thức tính thể tích khối trụ có thể tương tự công thức tính thể tích khối đa diện nào?

- HS: Tương tự công thức tính thể tích khối lăng trụ.

- GV: Cụ thể là gì?

- HS: $V_{trụ} = S_đ.h = \pi r^2.h$

- GV: Dự đoán trên của các em là đúng và có cơ sở. Người ta đã tính gần đúng thể tích khối trụ bằng thể tích khối lăng trụ nội tiếp trong nó. Các em hãy đọc điều này trong SGK.

3. Một số ví dụ

Trong mục này chúng tôi thay những bài toán thuần túy toán học bằng những bài toán thực tế (như đã trình bày ở trang104-106 của luận án). Cụ thể như sau:

Bài 1: Bài toán tính thể tích thùng dầu và thể tích hộp sữa

Công ty Petrolimex Hà Nội có hệ thống kho chứa dầu hình trụ (hình 49); Biết mỗi kho chứa dầu có thể tích là 90.000m^2. Biết chiều cao của mỗi kho là 30m. Hãy tính bán kính của mỗi kho đó?

Bài 2. Hộp sữa Ông thọ của hãng Vinamilk có trọng lượng 380g, thể tích đường kính đáy và chiều cao đo được là d =7.6cm và h = 8cm. Tính thể tích khối trụ này và so sánh kết quả tính được với trọng lượng của nó.

Tiết 3 và Tiết 4. Vận dụng nâng cao (vận dụng Toán học vào thực tế)

Trong hai tiết này chúng tôi tổ chức cho HS trả lời các câu hỏi về hiểu biết toán và thực hiện phiếu học tập sau đây:

- GV đặt câu hỏi về hiểu biết Toán: Nếu ta quan sát một cốc nước hình trụ có chứa nước (khoảng một nửa cốc) thì mặt nước là thiết diện giữa một hình trụ và một mặt phẳng. Thiết diện đó là hình gì, trong những trường hợp sau:

A) Khi cốc nước để đứng trên mặt bàn phẳng so với mặt đất?

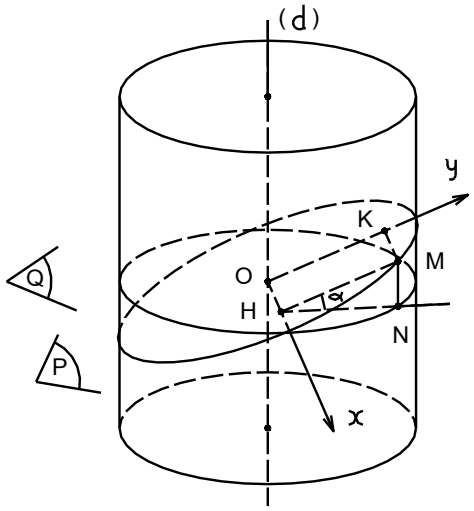
B) Khi cốc nước đặt nghiêng so với mặt bàn nằm ngang so với mặt đất?

- HS: A) Thiết diện là hình tròn B) Thiết diện là elíp.

- GV: Chia HS trong lớp thành từng nhóm, cùng nghiên cứu bài toán trong phiếu học tập sau:

NỘI DUNG PHIẾU HỌC TẬP

Hình sau đây minh họa thiết diện của một hình trụ (T) và mặt phẳng (P) cắt xiên góc với trục hình trụ. Gọi (Q) là mặt phẳng qua O và vuông góc với trục của (T). Trong mặt phẳng (P) thiết lập hệ trục tọa độ có gốc O là giao điểm của (P) với trục hình trụ, trục hoành Ox là giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q); trục tung Oy vuông góc với trục Ox. Lấy điểm M là một điểm bất kỳ trên giao tuyến của (T) và (P); hình chiếu của M trên mặt phẳng (Q), Ox, Oy lần lượt là N, H và K. Hãy biểu diễn mối quan hệ giữa hoành độ và tung độ điểm M theo bán kính r của đáy hình trụ và góc α hợp bởi mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q). Từ đó suy ra thiết diện trong trường hợp này là một elíp.



Hướng dẫn

(C) là giao tuyến của hình trụ với mặt phẳng qua O, vuông góc với trục hình trụ, gọi N là hình chiếu của M trên (C), gọi α là góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng chứa (C), H là hình chiếu của M trên trục hoành. Dựa vào mối quan hệ giữa OH và HN, giữa HN và HM để có được mối liên hệ giữa hoành độ và tung độ của điểm M.

Kết quả: tọa độ M thỏa mãn phương trình elíp

$$\frac{x^2}{R^2}+\frac{y^2}{\left(\frac{R}{\cos\alpha}\right)^2}=1$$

Luyện tập: (Tính thể tích phần khối trụ nằm giữa một đáy và một mặt phẳng cắt xiên góc với trục)

Tình huống thực tiễn được đặt ra như sau: Lấy một viên phấn hoặc một chiếc nến hình trụ, mài vát một đầu của nó trên một mặt phẳng.

a) Tính thể tích khối tạo thành như thế nào?

b) Tính diện tích mặt khai triển của hình tạo thành trên mặt phẳng như thế nào?

Hướng dẫn:

Toán học hóa tình huống thực tiễn trên ta được bài toán sau:

Cho một khối trụ tròn xoay (T) và một mặt mặt phẳng (P) cắt tất cả các đường sinh của nó. Tính thể tích phần khối trụ nằm giữa một mặt đáy của khối trụ và mặt cắt đó và diện tích hình khai triển của hình tạo thành. Biết rằng bán kính đáy trụ bằng R và khoảng cách giữa tâm đáy đó và tâm của thiết diện của (T) cắt bởi (P) bằng d.

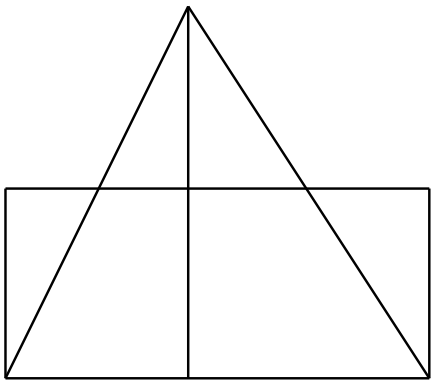
- GV: Xét trường hợp đặc biệt là mặt phẳng (P) song song với đáy hình trụ thì hình tạo thành là hình gì? Thể tích khối tạo thành được tính như thế nào?

- HS: $V = \pi R^2 h$, trong đó R là bán kính đáy và h là khoảng cách giữa hai đáy.

- GV: Khi mặt phẳng (P) cắt xiên góc với trục hình trụ, có thể biến đổi hình tạo thành về trường hợp đặc biệt ở trên được hay không? Biến đổi như thế nào?

- HS: …

- GV gợi ý: Ở lớp dưới, để xây dựng công thức tính diện tích tam giác dựa vào công thức tính diện tích hình chữ nhật, người ta đã làm thế nào? Biến đổi một tam giác thành một hình chữ nhật như thế nào?



- HS:

Cách 1: Lấy đối xứng hình tạo thành qua tâm O của thiết diện hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) ta được một hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng 2d. Theo tính chất của phép đối xứng tâm O, hình trụ tròn xoay này có hai nửa bằng nhau, nên thể tích khối ban đầu chiếm một nửa:

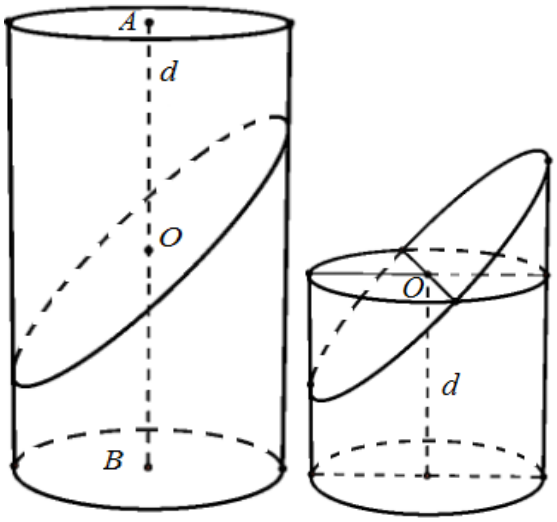
$V = \pi R^2 d$. (r là bán kính đáy và d là khoảng cách giữa tâm đáy và tâm thiết diện)

Cách 2: Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua tâm O của thiết diện và song song với đáy hình trụ. (Q) và mặt đáy hình trụ giới hạn một khối trụ tròn xoayvới:

$$V = \pi R^2 d.$$

So sánh phần thừa và phần thiếu của khối trụ mới này và khối ban đầu, ta thấy chúng là hai hình bằng nhau, do tính chất chúng đối xứng với nhau qua tâm O.

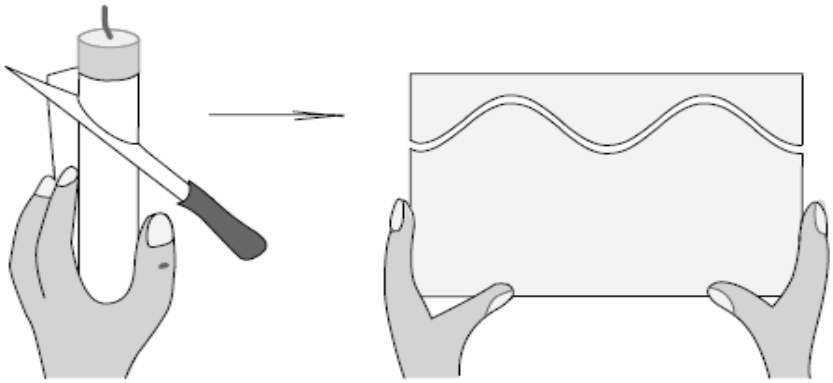
Vậy ta có: $V = \pi R^2 d$, trong đó R là bán kính đáy và d là khoảng cách giữa tâm đáy và tâm thiết diện).



Hình a Hình b

Bài tập về nhà (bài tập nghiên cứu)(cắt vát một hình trụ)

Có một tình huống thực tiễn như sau: Quấn một mảnh giấy xung quanh một cây nến hình trụ và cắt nó xiên bởi một con dao, ta được thiết diện là một hình elíp và khi trải mảnh giấy đó lên mặt phẳng ta được một đường lượn sóng. Đó là đường gì?



3.3. Đánh giá kết quả thực nghiệm sư phạm

3.3.1. Đánh giá kết quả hoạt động 1

Kết quả thống kê kết quả tham khảo ý kiến từ 50 giáo viên về các biện pháp thiết kế bài toán hình học gắn với thực tiễn (xem phụ lục 4) cho thấy:

+ Về tính mới của các biện pháp đối với bản thân: Các biện pháp 2, 3, 4 đều được hầu hết các GV cho rằng khá mới hoặc rất mới (90%); Các biện pháp 1 và 5 đều được đánh giá là có tính mới, nhưng không phải là rất mới.

+ Về tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp: 100% các GV được hỏi đều cho rằng các biện pháp có tính khả thi và hiệu quả. Trong đó các biện pháp 1 và 2 được quá nửa (50% - 54%) GV cho rằng khá khả thi; còn các biện pháp 3 và 4 có 40% số GV cho rằng ít khả thi.

+ Về tác dụng của các biện pháp đối với bản thân: Tất cả GV được hỏi đều cho rằng các biện pháp có tác dụng đối với bản thân; trong đó số GV đánh giá "khá tác dụng" chiếm từ 40% trở lên, "rất tác dụng" chiếm từ 16% đến 24%.

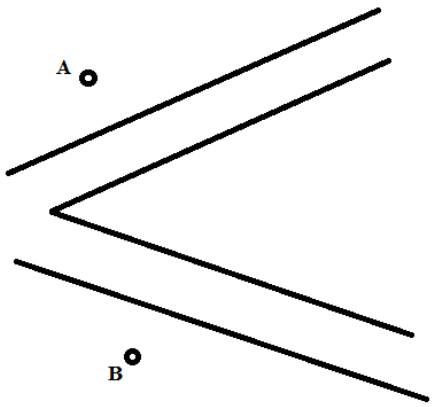
+ Về kết quả thiết kế bài toán Hình học gắn với thực tiễn dựa trên các biện pháp đề xuất trong luận án: Tất cả GV được hỏi (100%) đều đưa ra được ít nhất một bài toán Hình học gắn với thực tiễn. Tuy nhiên có một số GV đưa ra dạng bài khá giống nhau. Đặc biệt có 2/50 GV đưa ra 4 bài. Cụ thể như sau:

+ Có 29/50 GV đưa ra dạng toán: Có ba địa điểm A, B, C như là ba đỉnh của một tam giác (ba bưu điện trung tâm của ba thành phố/ba trạm xăng/ba cơ sở Big C…); Cần tìm một vị trí M có tổng khoảng cách đến ba địa điểm A, B, C nhỏ nhất.

+ Có 15/50 GV đưa ra dạng toán: Có hai địa điểm A, B ở cùng một phía của một con đường/con sông. Cần tìm một vị trí M có tổng khoảng cách đến hai địa điểm A, B nhỏ nhất.

+ Có 4/50 GV đưa ra dạng toán: Có hai địa điểm A, B ở hai phía của một con sông. Cần tìm một vị trí để bắc cầu qua sông sao cho đoạn đường đi từ A đến B nhỏ nhất.

+ Đặc biệt có 2/50 GV đưa ra dạng toán: Có hai địa điểm A, B ở hai phía của hai nhánh sông (hình vẽ). Cần tìm một vị trí để bắc cầu qua hai nhánh sông đó sao cho đoạn đường đi từ A đến B nhỏ nhất.



+ Có 8/50 GV đưa ra dạng toán tính toán khoảng cách giữa hai điểm dựa vào hệ thức lượng trong tam giác (lớp 10); có 11/50 GV đưa ra dạng toán tính thể tích khối hình ghép bởi khối trụ với khối nón (hình cái nêm/hình ống khói…) hoặc ghép bởi khối trụ và một phần khối cầu (bình cứu hỏa/bình khí ga…); có 14/50 GV đưa ra dạng toán tính diện tích bề mặt một số hình không gian (biệt thự/rạp xiếc…).

Ngôi nhà hình chiếc nón ở huyện Điện Bàn – Quảng Nam, có đường kính 27,1m, cao 12,03m (phần hình trụ cao 7,01m; phần hình nón cao 5,02 m) và Resort Hòn Dấu–Đồ Sơn–Hải Phòng.

+ Một số bài toán khác:

- Một nguồn sáng dạng hình nón có góc ở đỉnh bằng 60^0, được chiếu ra từ đỉnh nón chiếu lên một bức tường vuông góc với trục hình nón. Tính khoảng cách từ đỉnh nón đến bức tường sao cho vùng sáng trên bức tường là hình tròn có bán kính bằng 1m. (Biện pháp "liên tưởng")

- Muốn đặt một hình vuông cạnh a vào trong một hình trụ có bán kính đáy bằng 1,5a sao cho các đỉnh hình vuông nằm trên hai đường tròn đáy hình trụ thì chiều cao hình trụ phải bằng bao nhiêu? (Mô hình Hình học)

- Cho hai mặt phẳng (P), (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ và vuông góc với nhau; một đường thẳng d vuông góc với Δ và tạo với (Q) góc α; trên (P) có một hình tròn (C) bán kính R tiếp xúc với Δ. Xác định hình chiếu theo phương Δ của (C) trên (Q). (Bài toán về hiểu biết Hình học)

- Tại sao khi thái vát một khúc sắn hình trụ thì các lát cắt ra có hình không tròn? (Giải thích thực tiễn)

- Vì sao trong xây dựng người ta thường xây cột trước rồi xây tường áp sát vào cột đó? (Hiểu biết Hình học)

3.3.2. Đánh giá kết quả hoạt động 2

3.3.2.1. Đánh giá định lượng qua bài kiểm tra

a) Đề bài kiểm tra 45 phút sau thực nghiệm sư phạm

Câu 1. Một hộp sữa hình trụ, nhãn hiệu *Anlene* có kích thước đo được: chiều cao bằng 14cm, chu vi đáy bằng 39,564cm. Tính thể tích hộp sữa.

Câu 2. Từ một miếng bìa hình vuông cạnh a cuộn tròn lại sao cho hai mép bìa giáp vào nhau tạo thành mặt xung quanh của một hình trụ. Tính bán kính đáy của hình trụ đó và thể tích của khối trụ tương ứng.

Câu 3. Quay một hình chữ nhật có chiều dài bằng a và chiều rộng bằng b, lần lượt xung quanh một cạnh chiều dài và một cạnh chiều rộng của nó. So sánh thể tích hai khối trụ tạo thành xem thể tích của khối nào lớn hơn?

Câu 4. Cho một hình trụ có trục OO’ được quấn kín xung quanh bằng một tờ giấy. Gọi I là trung điểm của OO’, gọi r và h là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ. Qua I có một mặt phẳng (P) không vuông góc với trục hình trụ, cắt tất cả các đường sinh của hình trụ và cắt luôn cả tờ giấy quấn xung quanh nó. Tính diện tích một phần tờ giấy đó sau khi bị cắt.

b) Mục tiêu của bài kiểm tra và thang điểm 10:

- Câu 1 (2 điểm): Đánh giá mức độ nhận biết của HS.

- Câu 2 (2 điểm): Đánh giá mức độ thông hiểu của HS.

- Câu 3 (3 điểm): Đánh giá mức độ vận dụng đơn giản của HS.

- Câu 4 (3 điểm): Đánh giá mức độ vận dụng nâng cao của HS.

c) Đáp số:

- Câu 1: V = 1744,77cm^3

- Câu 2: R = $\frac{a}{2\pi}$, V = $\frac{a^3}{4\pi}$.

- Câu 3: Thể tích khối trụ quay xung quanh cạnh chiều dài là $V_1 = \pi ab^2$.

Thể tích khối trụ quay xung quanh cạnh chiều rộng là $V_1 = \pi ba^2$.

Do a > b nên $V_2 > V_1$.

- Câu 4. Diện tích cần tính bằng nửa S_{xq} hình trụ, nên diện tích này bằng πrh.

Bảng tổng hợp điểm:

	Tổng số	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\bar{X}$
TNSP	243	0	0	9	46	52	38	88	8	2	6,7490
ĐC	246	2	4	10	56	49	74	50	1	0	6,3293

Bảng 3.1

Từ bảng 3.1 phân loại thành 4 cột:

- Cột giỏi: gồm các điểm 9 – 10.

- Cột khá: gồm các điểm 7 – 8.

- Cột trung bình: gồm các điểm 5 – 6.

- Cột dưới trung bình (yếu – kém): gồm các điểm 1 – 4.

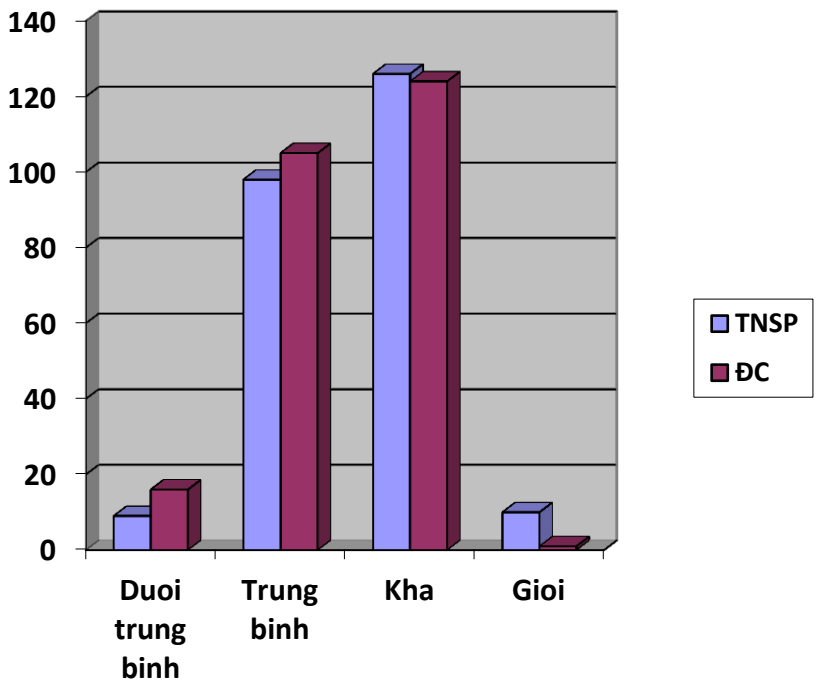
Ta được bảng 3.2 sau đây:

	Dưới trung bình	Trung bình	Khá	Giỏi	Tổng số
TNSP	9	98	126	10	243
ĐC	16	105	124	1	246

Bảng 3.2

Bảng 3.2 Cho thấy số HS khá giỏi của các lớp TNSP cao hơn các lớp đối chứng. Ngược lại số HS trung bình và dưới trung bình của các lớp TNSP thấp hơn các lớp đối chứng.

Biểu đồ so sánh kết quả bài kiểm tra sau thực nghiệm ở hai lớp TNSP:



Kiểm định giả thuyết thống kê:

Giả thuyết H_0: $\overline{X}_{TN} = \overline{X}_{DC}$: Điểm trung bình của bài kiểm tra ở các lớp TNSP và ở các lớp đối chứng là giống nhau trong tổng thể.

Đối thuyết H_1: $\overline{X}_{TN} > \overline{X}_{DC}$: Điểm trung bình của bài kiểm tra ở các lớp TNSP và ở các lớp đối chứng là không giống nhau trong tổng thể; Kết quả kiểm tra ở các lớp TNSP cao hơn ở các lớp đối chứng là thực chất.

Chọn mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$. Để kiểm định giả thuyết H_0 ta sử dụng đại lượng ngẫu nhiên Z. Với $Z = \dfrac{\left|\overline{X}_{TN} - \overline{X}_{DC}\right|}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1} + \dfrac{S_2^2}{n_2}}}$

Từ các thông số thống kê ở trên: $n_1 = 243$, $n_2 = 246$.

Tính theo các công thức:

$\bar{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} n_i X_i}{n}$ là điểm trung bình, $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$.

$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$ là phương sai mẫu đã hiệu chỉnh, S là độ lệnh chuẩn.

$V = \frac{S}{X} . 100\%$ là hệ số biến thiên.

Ta được: $\bar{X}_{TN} = 6{,}7490$; $\bar{X}_{DC} = 6{,}3293$;

$S_1^2 = 1{,}81689$, $S_2^2 = 1{,}71563$ta có: $Z = 3{,}4913$.

Với $\propto = 0{,}05$ ta tìm giá trị giới hạn Z_t: $\emptyset(Z_t) = \frac{1-2\alpha}{2} = \frac{1-2.0{,}05}{2} = 0{,}45$.

Tra bảng các giá trị Laplace ta có là $Z_t = 1{,}65$. So sánh Z và Z_t ta có: $Z > Z_t$. Như vậy với mức ý nghĩa $\propto = 0{,}05$ thì sự khác nhau trong điểm số trung bình của các lớp TNSP và các lớp đối chứng là có ý nghĩa thống kê; Giả thuyết H_0 bị bác bỏ, do đó giả thuyết H_1 được chấp nhận. Vậy điểm trung bình của bài kiểm tra ở các lớp TNSP và ở các lớp đối chứng là không giống nhau trong tổng thể; $\overline{X}_{TN} > \overline{X}_{DC}$ chứng tỏ phương pháp dạy học như đã đề xuất trong luận án thực sự có hiệu quả hơn so với phương pháp giảng dạy thông thường.

3.3.2.2. Đánh giá định tính qua phiếu hỏi

Sau giờ thực nghiệm sư phạm, chúng tôi tiến hành gửi phiếu hỏi tới GV và HS (xem phụ lục 3 và phụ lục 4). Chúng tôi thu được một số kết quả sau đây:

* Về phía HS:

- Hầu hết HS (70%) đều ngại học môn Hình học nhất trong ba phân môn Toán (Đại số, Hình học, Giải tích). Bởi vậy, trong các tiết học Hình học trước TNSP thường ít đem lại sự hứng thú học tập cho HS. Tuy nhiên, trong các giờ TNSP phần lớn các em đều thích học hơn (90%).

- Thông thường HS chỉ làm được khoảng dưới 40% các bài toán Hình học (60%). Nhưng ở các tiết TNSP, các em tự đánh giá làm được các bài toán ở mức trên 70%. Từ đó các em rất thích phương pháp dạy học Hình học của thầy cô trong các giờ TNSP. Bởi vì các em thấy được ý nghĩa thực tiễn của

các kiến thức Hình học trong các bài TNSP và mong các thầy cô thay đổi phương pháp dạy học Hình học như các giờ TNSP.

- Các em cho rằng trong giờ dạy TNSP các em hiểu bài hơn và khả năng làm bài kiểm tra 45 phút sau TNSP tốt hơn.

* Về phía GV:

- Các thầy cô giáo cũng cho rằng trong ba phân môn toán thì HS thường ngại học môn Hình học nhất. Tuy nhiên, các thầy cô cũng đánh giá cao các tiết học thực nghiệm sư phạm vì nó đem lại sự hứng thú học tập cho HS.

- Thông thường HS chỉ làm được khoảng Từ 40% đến 70% các bài toán Hình học, nhưng trong giờ TNSP, các thầy cô cho rằng HS có thể làm được trên 70% các bài toán.

- Các Thầy cô đồng tình với giáo án TNSP vì tính khả thi và hiệu quả của nó, thậm chí nhiều thầy cô rất thích các giáo án đó. Theo cách dạy trong giáo án TNSP, HS sẽ thấy được ý nghĩa thực tiễn của các kiến thức Hình học.

- Nhiều thầy cô muốn thay đổi phương pháp dạy học Hình học như các giờ thực nghiệm sư phạm vì theo cách dạy đó, HS lớp thực nghiệm sư phạm hiểu bài hơn và khả năng làm bài kiểm tra 45 phút sau thực nghiệm sư phạm tốt hơn.

3.4. Kết luận chương 3

Sau khi gặp gỡ, trao đổi về các biện pháp ở chương 2 trong luận án với 50 GV Toán của sáu tổ Toán thuộc sáu trường THPT để xin ý kiến góp ý, đánh giá cho các biện pháp đã đề xuất, chúng tôi đã thu được kết quả tương đối khả quan: Hầu hết các GV được hỏi đều cho rằng các biện pháp đã đề xuất có tính mới đối với bản thân họ và có tính khả thi, hiệu quả. Dựa trên những biện pháp đó, tất cả GV đều đề xuất được từ một đến ba bài toán Hình học gắn với thực tiễn. Kết quả này cho phép kết luận giả thuyết về TNSP của chúng tôi "Những biện pháp thiết kế bài toán Hình học gắn với thực tiễn như

đã đề xuất trong chương 2 luận án sẽ được GV Toán THPT ủng hộ và theo đó họ có thể thiết kế được một số bài toán Hình học gắn với thực tiễn để sử dụng chúng trong dạy học hình học ở trường THPT" là chấp nhận được.

Chúng tôi tiến hành dạy TNSP hai lần (có đối chứng), tại sáu trường THPT, thuộc các vùng miền khác nhau, với bốn tiết về mặt trụ (gồm hai tiết lí thuyết và hai tiết bài tập). Kết quả TNSP cho thấy: Học sinh lớp TNSP hứng thú hơn trong học tập, các em hiểu bài hơn và năng lực vận dụng các kiến thức Hình học vào giải quyết các vấn đề thực tiễn tốt hơn. Các giáo án TNSP tạo ra được không khí lớp học sôi nổi vì học sinh hào hứng học tập, suy nghĩ, thảo luận hơn; Các giáo án TNSP có tiến trình dạy học rõ rệt nên có tính khả thi. Kết quả học tập của các lớp thực nghiệm cao hơn lớp đối chứng, học sinh lớp thực nghiệm thể hiện được độ bền vững, sâu sắc của kiến thức hơn lớp đối chứng. Qua đó cho thấy các biện pháp và các giáo án đã đề xuất có tính hiệu quả.

Kết quả TNSP đã chứng tỏ tính khả thi, hiệu quả của các biện pháp thiết kế bài toán hình học gắn với thực tiễn đã đề xuất ở chương 2; Giả thuyết khoa học trong luận án là chấp nhận được.

KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

Kết luận

Ngày nay hầu hết các nước trên thế giới đều hướng vào mục tiêu phát triển năng lực cho người học, đặc biệt năng lực tư duy, năng lực giải quyết vấn đề. Bởi vậy, trong dạy học môn Toán nói chung, Hình học nói riêng, cần phải tăng cường khả năng vận dụng kiến thức và kỹ năng toán học vào thực tiễn thông qua việc giải quyết các tình huống nảy sinh trong cuộc sống:năng lực mô hình toán học hóa từ các tình huống thực tiễn giả định hoặc tình huống thực trong cuộc sống. Các GV cần phải giúp đỡ HS phát triển các kỹ năng mà họ sẽ sử dụng hàng ngày để giải quyết vấn đề, đồng thời cần phải giúp HS cảm nhận được rằng toán học là hữu ích và có ý nghĩa, giúp họ tin rằng họ có thể hiểu được và áp dụng được toán học. Tuy nhiên, thực tiễn cho thấy có không ít các thầy giáo, cô giáo dạy Toán chưa quan tâm đúng mức tới các nhiệm vụ đó, chủ yếu quan tâm tới các khái niệm, các mệnh đề toán học thuần túy và các bài toán chỉ vận dụng lí thuyết, làm cho môn toán trở nên khô cứng, chưa hấp dẫn HS.

Nghiên cứu từ các công trình đã công bố ở ngoài nước, chúng tôi thấy có một số nước đã có những chương trình, dự án, những kỳ thi kết nối Toán học với cuộc sống, như "Chương trình đánh giá học sinh quốc tế" (PISA) hay những "Kì thi về mô hình toán học hóa" (HiMCM) trong hai chục năm trở lại đây. Ở trong nước, một số công trình nghiên cứu đã đưa vào những sự kiện, hiện tượng trong thực tế có liên quan tới kiến thức toán học phổ thông; hoặc đã quan tâm đến việc sử dụng phương tiện có trong thực tế hỗ trợ cho việc dạy học Hình học, giúp HS khám phá một số tri thức Hình học không gian.

Để góp phần phát triển chương trình nhà trường, phục vụ mục tiêu giáo dục, chúng tôi nghiên cứu và đề xuất các biện pháp thiết kế bài toán hình học gắn với thực tiễn và sử dụng trong dạy học Hình học ở trường THPT. Chúng tôi hy vọng rằng những biện pháp của chúng tôi có thể giúp cho các GV toán

THPT thiết kế bài toán hình học gắn với thực tiễn, góp phần phục vụ nội dung giáo dục phổ thông, phù hợp với yêu cầu đổi mới căn bản toàn diện giáo dục Việt Nam trong giai đoạn hiện nay.

Chúng tôi đề xuất năm biện pháp thiết kế bài toán hình học gắn với thực tiễn và sử dụng chúng trong dạy học hình học ở trường THPT như sau:

Biện pháp 1. Thiết kế những bài toán khám phá tri thức Hình học dựa trên phương tiện dạy học làm từ những vật liệu đơn giản trong thực tế.

Biện pháp 2. Liên tưởng bài toán Hình học thuần túy với một tình huống thực tiễn để thiết kế bài toán gắn với thực tiễn.

Biện pháp 3. Lựa chọn những vấn đề của thực tiễn có thể giải thích được bằng những tri thức Hình học phổ thông hoặc giải quyết được nhờ mô hình toán học hóa để thiết kế thành hệ thống bài toán.

Biện pháp 4. Khai thác những tri thức Hình học tiềm ẩn trong những hình, khối thực tế và những công trình kiến trúc hiện đại để thiết kế những bài toán hoặc hệ thống bài toán về đọc hiểu và hiểu biết Hình học.

Biện pháp 5. Dựa trên các hình, khối hoặc tình huống trong thực tiễn, đưa vào các yếu tố phù hợp để thiết kế những bài toán tính toán các đại lượng về độ dài, diện tích, góc, thể tích của những hình, khối trong chương trình Hình học THPT.

Kết quả thực nghiệm sư phạm tại 6 trường THPT thuộc nhiều vùng miền khác nhau phần nào đã minh chứng cho tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp đã đề xuất.

Luận án có những đóng góp chủ yếu sau đây:

Về lí luận:

- Tổng quan về việc thiết kế và sử dụng các bài toán Hình học gắn với thực tiễn trong dạy học Hình học ở trường THPT từ hệ thống lí luận và những công trình đã công bố ở trong và ngoài nước; Chỉ ra những cơ hội,

cách thiết kế các dạng toán thực tiễn, khắc sâu các ứng dụng và tổ chức dạy học các bài toán thực tiễn trong dạy học Hình học ở trường THPT.

- Đề xuất được những biện pháp thiết kế bài toán Hình học gắn với thực tiễn để sử dụng trong dạy học Hình học ở trường THPT.

Về thực tiễn:

Làm rõ một phần thực trạng việc thiết kế và sử dụng các bài toán Hình học gắn với thực tiễn trong dạy học Hình học ở trường THPT; đồng thời có những biện pháp thiết kế và sử dụng các bài toán Hình học gắn với thực tiễn làm cho HS hứng thú học hình học hơn, thấy rõ hơn giá trị thực tiễn của những tri thức Hình học, góp phần nâng cao chất lượng dạy học Hình học và phát triển tư duy, nhân cách HS ở trường THPT.

Những kết quả có được về lí luận và thực tiễn cho phép kết luận: Mục đích nghiên cứu của luận án đã đạt được, giả thuyết khoa học của luận án chấp nhận được.

Kiến nghị

Trước thực trạng việc thiết kế các bài toán Hình học gắn với thực tiễn trong dạy học Hình học ở trường THPT còn nhiều khó khăn, bất cập, cần phải động viên, hướng dẫn và triển khai sâu rộng hơn nữa các biện pháp thiết kế và sử dụng các bài toán gắn với thực tiễn.

Trong các giờ học cần tăng cường cho học sinh các hoạt động trải nghiệm, liên tưởng, liên hệ với cuộc sống hàng ngày và thực tiễn xung quanh nhà trường, lớp học và gia đình để các em thấy rõ hơn ý nghĩa của những tri thức và hứng thú hơn trong học tập.

Cần thay đổi phương pháp và nội dung kiểm tra đánh giá năng lực người học theo hướng gắn với các bài toán, các vấn đề của thực tiễn cuộc sống. Đây là khâu rất quan trọng, cần phải đổi mới sớm để định hướng cho việc dạy và học.

DANH MỤC CÔNG TRÌNH CÔNG BỐ CỦA TÁC GIẢ

1. Bùi Văn Nghị và Vũ Hữu Tuyên, *Tiếp cận kiểm tra đánh giá năng lực gắn kết toán học với thực tiễn của học sinh*, Tạp chí Khoa học Giáo dục – Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam, ISSN 0868-3662, Số 87, tháng 12/2012 tr 23-25.

2. Bùi Minh Đức và Vũ Hữu Tuyên, *Dạy học Hình Học liên hệ với thực tiễn kết hợp sử dụng phần mềm vẽ hình*, Tạp chí khoa học Trường Đại học Sư Phạm Hà Nội, ISSN 0868-3719, Volume 59, Number 2A/2014 tr 210-215.

3. Vũ Hữu Tuyên và Bùi Minh Đức, *Phát triển Năng lực vận dụng hình học vào thực tiễn cho học sinh*, Tạp chí khoa học Trường Đại học Sư Phạm Hà Nội, ISSN 0868-3719, Volume 59, Number 2A/2014 tr 228-232.

4. Vũ Hữu Tuyên và Bùi Minh Đức, *Khai thác ý nghĩa thực tiễn của một số tri thức về mặt trụ (Hình học 12)*, Tạp chí Giáo dục, ISSN 21896 0866 7476, số 367, kì 1 tháng10/2015 tr 35-37.

5. Vũ Hữu Tuyên, *Thiết kế bài Toán Hình học gắn với thực tiễn trong dạy học Hình học ở trường Trung học Phổ thông*, Tạp chí Khoa học Giáo dục - Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam, ISSN 0868-3662, số Đặc biệt, tháng 1-2016 tr 108-112.

6. Vũ Hữu Tuyên, *Liên tưởng bài toán hình học với một tình huống thực tế trong dạy học môn toán ở trường trung học phổ thông*, Tạp chí Giáo dục, ISSN 23540753, số 377kì 1 tháng 3/2016 tr 44-46.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Tiếng việt

1. Nguyễn Ngọc Anh (1999), *Khai thác ứng dụng của phép tính vi phân để giải các bài toán cực trị có nội dung liên môn và thực tế, nhằm chủ động góp phần rèn luyện ý thức và khả năng ứng dụng toán học cho HS lớp 12 THPT,* Luận án Tiến sĩ Giáo dục học, Viện KHGD, Hà Nội.
2. Phan Anh (2012), *Góp phần phát triển năng lực Toán học toán học hóa tình huống thực tiễn cho HS trung học phổ thông qua dạy học đại số và giải tích,* Luận án Tiến sĩ Giáo dục học, ĐH Vinh.
3. Ban chấp hành Trung ương Đảng khoá XI (2013), *Nghị quyết số 29-NQ/TW ngày 04/11/2013 của Hội nghị lần thứ 8.*
4. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2006), *Chương trình giáo dục phổ thông*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
5. Trần Hồng Cẩm, Cao Văn Đán, Lê Hải Yến (2000), *Giải thích thuật ngữ Tâm lí-Giáo dục học,* Dự án Việt – Bỉ, Hà Nội.
6. Lê Hải Châu (1961), *Toán học gắn với thực tiễn và đời sống sản xuất,* NXB Giáo dục, Hà Nội.
7. Nguyễn Hữu Châu (2005), *Những vấn đề cơ bản về chương trình và quá trình dạy học*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
8. Trần Đức Chiển (2007), *Rèn luyện năng lực tư duy thống kê cho HS trong dạy học Thống kê-Xác suất ở môn Toán THPT,* Luận án Tiến sĩ Giáo dục học, Viện KHGD, Hà Nội.
9. Nguyễn Viết Dũng (2014), *Hình thành và phát triển một số kỹ năng thích nghi trí tuệ cho HS THPT qua dạy học Hình học,* Luận án tiến sĩ KHGD, Trường ĐH Vinh.

10. Nguyễn Thị Duyến (2014), *Nghiên cứu bài học của GV tập trung vào khám phá Toán của HS trong dạy học môn Toán ở trường THPT,* Luận án Tiến sĩ Giáo dục học, Trường ĐHSP Hà Nội.
11. Đỗ Tiến Đạt (2011), *Chương trình đánh giá HS quốc tế PISA – môn Toán,* Kỉ yếu Hội thảo quốc gia về Giáo dục Toán học ở trường phổ thông, NXB ĐHSP, Hà Nội.
12. Geoff Petty (1998), *Dạy học ngày nay*, NXB Stanley Thornes, bản dịch của Dự án Việt Bỉ.
13. Nguyễn Thị Thu Hà (2015), *Dạy học Xác suất-Thống kê theo hướng tăng cường vận dụng Toán học vào thực tiễn cho sinh viên khối Kinh tế-Kĩ thuật*, Luận án Tiến sĩ Giáo dục học, ĐHSP Hà Nội.
14. Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên, 2006), *Sách giáo khoa Hình học 10*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
15. Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên, 2006), *Sách giáo khoa Hình học 11*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
16. Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên, 2006), *Sách giáo khoa Hình học 12*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
17. Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên, 2006), *Sách bài tập Hình học 10*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
18. Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên, 2006), *Sách bài tập Hình học 11*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
19. Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên, 2006), *Sách bài tập Hình học 12*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
20. Tạ Hữu Hiếu (2010), *Dạy học môn Thống kê Toán học theo hướng tăng cường vận dụng trong nghiên cứu khoa học cho sinh viên các trường Đại học Thể dục thể thao,* Luận án Tiến sĩ Giáo dục học, ĐHSP Hà Nội.

21. Trần Bá Hoành, Nguyễn Đình Khê, Đào Như Trang (2000), *Áp dụng dạy và học tích cực trong môn Toán (Dự án Việt-Bỉ)*. NXB Đại học sư phạm, Hà Nội.

22. Jean-Marc Denomme' & Madeleine Roy (2005), *Tiến tới một phương pháp sư phạm tương tác (bộ ba: Người học-Người dạy-Môi trường)*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

23. JIRI Sedlaek (1998), *Không sợ toán học*, Nguyễn Mậu Vị dịch, ĐHSP Quy Nhơn.

24. Trần Kiều(2012), *Báo cáo tại hội thảo quốc tế Việt nam-Đan Mạch về xây dựng và phát triển chương trình giáo dục phổ thông*, Hà nội, tháng 12 năm 2012.

25. Trần Kiều – Đào Thái Lai – Vũ Trọng Rỹ, *Một số vấn đề chung về tài liệu bồi dưỡng phương pháp giảng dạy các môn học được lựa chọn cho GV THPT*, Dự án phát triển giáo dục THPT giai đoạn 2.

26. Nguyễn Bá Kim (2006), *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB Đại học Sư phạm Hà nội.

27. V.I. Lênin (1981), *Bút ký triết học*, toàn tập, NXB Matxcơva.

28. Đinh Quang Minh (2003), *Tăng cường khai thác ứng dụng của một số chủ đề Toán học trong Đại số 10 vào việc giải các bài toán mang nội dung thực tiễn*, Tạp chí Thông tin khoa học Giáo dục, số 95, Viện Khoa học Giáo dục, Hà Nội.

29. Đào Hồng Nam (2014), *Dạy học Xác suất thống kê ở trường Đại học Y,* Luận án Tiến sĩ Giáo dục học, ĐHSP thành phố Hồ Chí Minh.

30. Vũ Dương Ninh (chủ biên, 1999), *Lịch sử văn minh thế giới*, NXB Giáo dục.

31. Bùi Văn Nghị (2008), *Phương pháp dạy học những nội dung cụ thể môn Toán*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

32. Bùi Văn Nghị (2009), *Vận dụng lí luận vào thực tiễn dạy học môn Toán*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

33. Bùi Văn Nghị (2010), *Connecting mathematics with real life*, Tạp chí khoa học Trường ĐHSP Hà Nội, volume 55, 1/2010.

34. Bùi Văn Nghị (2011), *Scientific research of high school students*, Tạp chí khoa học Trường ĐHSP Hà Nội ISSN 0868 – 3719, volume 56, No.1, 2011.

35. Bùi Văn Nghị (2013), *Dạy văn hóa toán học cho HS*, Tạp chí khoa học Trường ĐHSP Hà Nội, Số đặc biệt công bố các công trình Hội thảo "Nghiên cứu giáo dục Toán học thời kì Hội nhập", ISSN 0868 – 3719, volume 58, 2013.

36. Phan Trọng Ngọ (2005), *Dạy học và phương pháp dạy học trong nhà trường*, NXB ĐHSP, Hà nội.

37. Bùi Huy Ngọc (2003) "*Tăng cường khai thác nội dung thực tế trong dạy học Số học và Đại số nhằm nâng cao năng lực vận dụng Toán học vào thực tiễn cho HS Trung học cơ sở*" – Luận án Tiến sĩ Giáo dục học, ĐH Vinh.

38. Hoàng Phê (2004) (*chủ biên*), *Từ điển tiếng Việt*, Nhà xuất bản Đà nẵng – Trung tâm Từ điển học.

39. Phạm Phu (1998), *Ứng dụng toán sơ cấp giải các bài toán thực tế*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

40. Nguyễn Đăng Minh Phúc (2013), *Tích hợp các mô hình thao tác động với môi trường dạy học toán điện tử nhằm nâng cao khả năng khám phá kiến thức mới của HS*,Luận án Tiến sĩ Giáo dục học, ĐH Vinh.

41. Nguyễn Đạo Phương – Phan Huy Khải, 1994, *Tuyển chọn các bài toán về ba đường cônic*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

42. K.K.Platônôp, Glubep (1977), *Tâm lý học*, Maxcơva.

43. G. Polya (2010), *Toán học và những suy luận có lí*, (Hà Sỹ Hồ, Hoàng Chúng, Lê Đình Phi, Nguyễn Hữu Chương, Hồ Thuần dịch). NXB Giáo dục, Hà Nội.

44. G. Polya (2010), *Sáng tạo toán học* (Người dịch: Nguyễn Sỹ Tuyển, Phan Tất Đắc, Hồ Thuần, Nguyễn Giản), NXB Giáo dục, Hà Nội.

45. G. Polya (1975), *Giải bài toán như thế nào*, (Hoàng Chúng – Lê Đình Phi – Nguyễn Hữu Chương dịch), NXB Giáo Dục, Hà Nội.

46. Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên, 2006), *Hình học 10 nâng cao*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

47. Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên, 2006), *Hình học 11 nâng cao*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

48. Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên, 2006), *Hình học 12 nâng cao*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

49. Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên, 2006), *Bài tập Hình học 10 nâng cao*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

50. Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên, 2006), *Bài tập Hình học 11 nâng cao*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

51. Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên, 2006), *Bài tập Hình học 12 nâng cao*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

52. Đào Tam (chủ biên) – Trần Trung (2010), *Tổ chức hoạt động nhận thức trong dạy học môn Toán ở trường THPT*, NXB ĐHSP, Hà Nội.

53. Đỗ Thị Thanh (2015), *Xác định và luyện tập một số dạng hoạt động nhận thức cho HS trong dạy học Hình học ở trường THPT*, Luận án Tiến sĩ Giáo dục học, ĐHSP Hà Nội.

54. Nguyễn Vũ Thanh (1997), *Chuyên đề giải toán Giải tích tổ hợp*, NXB Giáo dục.

55. Nguyễn Chí Thành (2008), *Giải các bài toán có nội dung thực tiễn và áp dụng các tri thức toán học trong cuộc sống: một con đường để nâng cao kĩ năng cuộc sống cho HS*, ĐH Giáo dục – ĐHQG Hà Nội.

56. Nguyễn Phương Thảo (2015), *Phát triển tư duy phản biện cho HS thông qua đối thoại trong dạy học môn Toán ở trường THPT*, Luận án Tiến sĩ Giáo dục học, ĐHSP Hà Nội.

57. Lê Văn Tiến (2006), *Phương pháp dạy học môn Toán ở trường PT (Các tình huống DH điển hình)*, NXB Đại học Quốc gia thành phố Hồ Chí Minh.

58. Phan Thị Tình (2012), *Tăng cường vận dụng Toán học vào thực tiễn trong dạy học môn Xác suất – Thống kê và môn Quy hoạch tuyến tính cho sinh viên Toán ĐHSP*, Luận án Tiến sĩ, Viện KHGDVN.

59. Nguyễn Cảnh Toàn (1997), *Phương pháp luận duy vật biện chứng với việc dạy, học, nghiên cứu Toán học*, tập2, NXB ĐHQG Hà nội.

60. Trần thúc Trình (2003), *Bài giảng chuyên đề Cao học*, Viện KHGD Việt Nam.

61. Trischiakov.V.D (1978), *Những bài toán cổ*, tái bản lần thứ ba, Bản dịch của Trần Lưu Cường và Trần Lưu Thịnh, năm 2001, NXB Giáo dục.

62. Thái Duy Tuyên (2007), *Phương pháp dạy học truyền thống và đổi mới*, NXB Giáo dục, Hà nội.

63. Trần Vui *(2009), Đánh giá hiểu biết toán của HS 15 tuổi*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

64. Trần Thị Hoàng Yến (2012), *Vận dụng dạy học theo dự án trong môn Xác suất và Thống kê ở trường Đại học (chuyên ngành Kinh tế và Kĩ thuật*), Luận án Tiến sĩ Giáo dục học, Viện KHGD, Hà Nội.

Tiếng Anh

65. Alexander Spirkin (1990) *Fundamentals of Philosophy*, Translated from the Russian by Sergei Syrovatkin, Moscow, Progress Publishers

66. Bailey, J. (2007). *Mathematical investigations: A primary teacher educators narrative journey of professional awareness. In J. Watson & K. Beswick (Eds.) Mathematics: Essential Research, Essential Practice.* Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia: MERGA (Vol 1, pp 103-112).

67. Ausubel, D.1968 *Educational Psychology: A Cognitive View*, New York: Holt, Rinehart and Winston, P 38.

68. Battista, M. T. (2001). A research – based perspective on teaching school geometry. In J. Brophy (Ed.). *Subject–specific instructional methods and activities, advances in research onteaching*, vol. 8.

69. Billstein R., Libeskind S., W. Lott Johnny (1993), *A problem solving approach to Mathematics*, Addison Wesley Publishing Company.

70. Blum Werner (1993). *Mathematical modelling in mathematics education and instruction, in Teaching and learning mathematics in context,* Publisher: Ellis Horwood Ltd, ISBN-13: 978-0130310064.

71. Blum Werner (1992). *Teaching and learning of mathematics and its applications, in Teaching Mathematics and its Applications,*11.

72. Blum, Wand Niss, M (1991), *Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction, In Educational Studies in Mathematics*, 22.

73. Bouvier J-P. (2000) (*chủ biên*), *Math 2^{e}*, Belin Publishing.

74. Charles Lipson (2006), *Cite right: A quick guide to citation styles, MLA, APA, Chicago, the Sciences, Professions, and more*. University of Chicago Press.

75. Clea Fernandez and Makoto Yoshida (2004). *A Japanese Aprroach to Improving Mathematics Teaching and Learning*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, London.

76. Eric Mayer (1992), *Australian Education Council and Ministers of Vocational Education– Employment and Training*, Canberra, Australian Capital Territory, XIX, p 140.

77. James Hiebert (2003), *Learning to learn to teach: an "experiment" model for teaching and teacher preparation in mathematics.*

78. Javier Diez-Palomar, *Connecting Mathematics to students' Lives*, The Jounal of Mathematics and Culture, December 2006, VI (2) ISSN-1558-5336.

79. Jaworski, B. (1994). *Investigating Mathematics Teaching: A Constructivist Enquiry.* London: Falmer Press.

80. D'Angelo John P. (2000). *Mathematical thinking: Problem-solving and Proofs*, ISBN 0-13-014412-6. Prentice Hall, Inc.

81. Flewelling, G. & Higginson, W. (2002). *Teaching with rich learning tasks: A handbook*. Australian Association of Mathematics Teachers, Adelaide.

82. Gloria Stillman (2012), *applications and modelling research in secondary classrooms: what have we learnt*?, 12th International Congress on Mathematical Education Program 8 July – 15 July, 2012, COEX, Seoul, Korea.

83. González, Moll & Amanti (2005), *Theorizing Practices in Households, Communities and Classrooms*, Lawrence Erlbaum Associates.

84. Gutstein, Lipman, Hernandez, & de los Reyes (1997), *Possibilities and challenges in teaching mathematics for social justice,* University of Illinois-Chicago.

85. Hans Freudenthal (1991), *Revisiting Mathematics Education*, Kluwer Academic Publishers, London.

86. Ted Herr & Ken Johnson (1994), *Problem solving strategies*, Key Curriculum Press.

87. Hilary Hollingsworth, Jan Lokan và Barry McRae (2003), *Teaching mathematics in Australia* (Results from the TIMSS 1999 video study), First published 2003 by Australian Council for Educational Research Ltd 19 Prospect Hill Road, Camberwell, Victoria 3124.

88. Kirstin Kremer (2015), *Effects of After-School Programs With At-Risk Youth on Attendance and Externalizing Behaviors: A Systematic Review and Meta-Analysis*, Journal of Youth and Adolescence, (2015) 44: 616-636.

89. Matthias Beckh (2015), *Hyperbolic Structures: Shukhov's Lattice Towers – Forerunners of Modern Lightweight Construction*, John Wiley & Sons, ISBN 1118932684, 9781118932681, p 24.

90. Michele Melaragno (2012), *An Introduction to Shell Structures: The Art and Science of Vaulting*, Springer Science & Business Media, ISBN 147570223X, 9781475702231, p 140.

91. Ministry of Education Singapore (2007), S*econdary Mathematics Syllabuses*, Singapore.

92. NCTM NCATE Standards (2012) – Secondary (Initial Preparation) – www.isbe.net/prep.../NCTM_secondary_math_stds12.PDF

93. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: VA.

94. National Research Council (2012). *Studying classroom teaching as a medium for professional development*. Proceedings of a U.S – Japan Workshop. Washington, DC: National Academy Press.

95. OECD (2009). *The PISA* 2009 *Assessment Framework – Key competencies in reading, mathematics and science*, OECD, Paris, France.

96. Orton, A. & Frobisher, L. (1996). *Insights into Teaching Mathematics*. London: Cassell.

97. Ponte, J. P. (2007). *Investigations and explorations in the mathematics classroom*. ZDM, 39(5-6), 419-430.

98. Quinnell, L. (2010). *Why are Mathematical Investigations important?* Australian Mathematics Teacher, Vol. 66, No.3, 35-40.

99. Rachel Sorensen (2003), *Effective Teaching in High School Mathematics,* Addison Wesley Publishing Company.

100. Reynolds, D. & Muijs, D. (1999), *The effective teaching of mathematics: A review of the research*. *School Leadership & Management, 19*(3).

101. Reidar Mosvold (2005), *Mathematics in everyday life A study of beliefs and actions*, doctor Philosophiae in Department of Mathematics University of Bergen, Norwey.

102. Romberg, T. A. (2001). *Standards-based mathematics assessment in middle school: Rethinking classroom practice*.

103. Slavin R.E (1983), *Cooperative learning*, Methuen London Publishing.

104. Steinhaus Hugo (1951), *Mathematical Snapshots*, Oxfort.

105. St*ein* M. K. & Bovalino, J. W. (2001), *Manipulatives: One piece of the puzzle*. Mathematics Teaching in Middle School, 6(6): 356-360.

106. Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J., & Edwards, I. (2007). *A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary school*. In J. Watson & K. Beswick (Eds.), Proc. 30 th Annual Conf. of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA).

107. Nguyen Thanh Thuy (2005), *learning to teach realistic mathematics in Viet Nam*, PhD thesis, University of Amsterdam Holland.

108. UNESCO (1998), *Developing instructional modules for teacher education*, Regional office for Education in Asia, Bangkok.

109. Tran, V. (2010b). *Using open ended task with visual presentations in connecting lesson study with formative assessment*. Proceedings of APEC–Chiang Mai International Conference IV: *Innovation of Mathematics Teaching and Learning through Lesson Study–Connection between Assessment and Subject Matter*. Chiang Mai, Thailand.

110. Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). *Mathematics education in the Netherlands: A guided tour*. Freudenthal Institute CDRom for ICME9. Utrecht: Utrecht University.

111. Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). *The didactical use of models in Realistic Mathematics Education: An example from a longitudinal trajectory on percentage*. Educational Studies in Mathematics, 54, 9-35.

112. Zemelman, S. Daniels, H. & Hyde, A. (1998).*Best practice: New standards for teaching and learning in America's schools* (2nd ed.). Portsmouth, NH: Heineman.

Tiếng Pháp

113. Bouvier A. (1993), (*chủ biên*), *Dictionnaires des Mathématiques*, PUF Publishing.

114. Coulange L. (1998), *Les problèmes ''concrets'' à mettre en équation dans l'enseignement in Petit X*, N 47, Irem, Grenoble, France

115. Nguyen Chi Thanh (2005), *Etude didactique de l'introduction d'éléments d'algorithmique et de programmation dans*

l'enseignement mathématique secondaire à l'aide de la calculatrice, Thèse en Didactique des Mathématiques, Université Joseph Fourier, Grenoble 1, France.

116. Pier Jean – Paul (1996), *Henri Poincaré Croyait-il au calcul des probabilités?* Philosophia Scientiae 1, 4, 69-83

117. Rolland J. (1999), *Pertinence des mathématiques discrètes pour l'apprentissage de la modélisation et de l'implication*, Thèse en Didactique des Mathématiques, Université Joseph Fourier, Grenoble 1, France.

Các trang web

118. http://www.sourceoecd.org/education/9264026398

119. http://www.tuvantuoihoa.org.vn/main.php?type=7&id=22

120. http://portal.unesco.org/education/en/

121. http://bulletin.vnu.edu.vn/ttsk/Vietnamese/C1737/C1757/C1991/2007/01/N14035/?35

122. http://www.udel.edu/educ/whitson/897s05/.../Hiebert_etal_ExperimentModel.pdf

123. http://www.infed.org /thinkers/ bruner.htm/Bruner,1960,The Process of Education

124. http://www.nctm.org/standards/overview.htm, truy cập ngày 8/7/2001

125. http://www.oph.fi/english/SubPage.asp?path=447,490,39043

126. http://www.oph.fi/info/pisahelsinki/

127. http://www.oph.fi/info/pisahelsinki2/

128. http://en.wikipedia.org/wiki/Programme_for_International_Student_Assessment

129. www.lakeforest.edu/images/userImages/.../rachelsorenson.pdf

130. http://www.vifotec.com.vn/news/Tổng kết chấm giải Cuộc thi Sáng tạo Thanh - Thiếu niên và Nhi đồng toàn quốc lần thứ 5 (2009)
131. http://www.Busta/ Trao giải thưởng cuộc thi sáng tạo thanh, thiếu niên nhi đồng lần thứ VI
132. http://www.HiMCM/Contest Registration and Instructions
133. http://www.corestandards.org/Math/Content/HỌC SINHM
134. Từ điển Bách khoa toàn thư mở
135. Wikipedia:http://vi.wikipedia.org/wiki/lịch_sử_hình_học.
136. *http://www.HiMCM/Contest Registration and Instructions*
137. http://www.merriamwebster.com/dictionary
138. http://www.vusta.vn/vi/news/Thong-tin-Su-kien-Thanh-tuu-KH-CN/Con-voi-toan-hoc-hay-Chiec-chen-thanh-cua-chu-nghia-hinh-thuc-32743.html“L’enseignement mathématique”, Henri Poincaré, 1899.

PHỤ LỤC

PHỤ LỤC 1

PHIẾU ĐIỀU TRA TỪ GIÁO VIÊN VÀ KẾT QUẢ

Để có cơ sở thực tiễn cho việc nghiên cứu đề tài "Khai thác mối liên hệ giữa hình học ở trường THPT với thực tiễn và sử dụng chúng trong quá trình dạy học hình học ở trường THPT", xin các thầy cô giáo vui lòng cho biết ý kiến của mình bằng cách khoanh tròn vào phương án lựa chọn thích hợp trong những câu hỏi sau.

Câu hỏi 1: Trong quá trình dạy học hình học ở trường phổ thông thì thầy cô quan tâm đến những bài toán thực tiễn ở mức độ nào?

A) Không bao giờ: 3/50

B) Có quan tâm: 41/50

C) Rất quan tâm: 6/50

Câu hỏi 2: Các thầy cô sử dụng những hình vẽ, những bài đọc thêm, những bài toán có gắn với thực tiễn có trong SGK dưới hình thức nào sau đây?

A) Bỏ qua những điều đó: 29/50

B) Dùng để gợi động cơ mở đầu: 11/50

C) Cho HS tự đọc: 10/50.

Câu hỏi 3: Trong quá trình dạy học Hình học ở trường phổ thông, Thầy cô đã dạy cho HS bao nhiêu bài toán thực tiễn?

A) Dưới 5 bài: 48/50

B) Từ 5 đến dưới 10 bài: 2/50

C) Từ 10 bài trở lên: 0/50

Câu hỏi 4: Trong quá trình dạy học Hình học ở trường phổ thông, theo quan sát của các thầy cô, đa số đồng nghiệp đã dạy cho HS với số lượng các bài toán thực tiễn nào dưới đây?

A) Dưới 5 bài: 43/50

B) Từ 5 đến dưới 10 bài: 7/50

C) Từ 10 bài trở lên: 0/50

Câu hỏi 5: Thầy cô có đồng ý với câu nói sau của Hồ Chí Minh hay không?

"Thực tiễn mà không có lí luận hướng dẫn thì thành thực tiễn mù quáng. Lí luận mà không liên hệ với thực tiễn là lí luận suông"

A) Có

B) Không

Câu hỏi 6: Theo thầy cô việc dạy học môn Toán nói chung và môn Hình học nói riêng có cần thiết cho HS thấy cách thức vận dụng kiến thức vào thực tiễn hay không?

A) Cần: 18/50

B) Không cần: 16/50

C) Chưa có ý kiến: 16/50.

Câu hỏi 7: Theo thầy cô, môn Hình học có từng được vận dụng vào giải quyết các vấn đề hay bài toán thực tiễn hay không?

A) Không dùng bao giờ: 46/50

B) Dùng không quá 3 lần: 4/50

C) Dùng trên 3 lần: 0/50

Câu hỏi 8: Thầy cô có thể bổ sung được bao nhiêu bài toán gắn với thực tiễn khác với những bài đã có trong sách giáo khoa Hình học, sách bài tập Hình học trong quá trình dạy học môn Hình học ở trường THPT?

A) Dưới 3 bài: 50/50

B) Từ 3 đến 7 bài: 0/50

C) Trên 73 bài: 0/50

Câu hỏi 9: Nguyên nhân nào sau đây khiến thầy cô ít vận dụng Hình học vào thực tiễn: (3 khách quan, 1 chủ quan)

A) Rất khó tìm ra những bài toán thực tiễn: 44/50

B) Trong sách giáo khoa, sách bài tập, sách tham khảo ít thấy: 44/50

C) Thời gian dạy trên lớp không cho phép: 42/50

D) Ít quan tâm: 4/50

Câu hỏi 10: Thầy cô có đồng tình với ý kiến cho rằng là cần giảm bớt những bài toán khó trong SGK để tăng cường những bài toán có liên quan đến thực tiễn hay không?

A) Đồng ý: 46/50

B) Không đồng ý: 2/50

C) Chưa có ý kiến: 2/50.

PHỤ LỤC 2

PHIẾU ĐIỀU TRA TỪ HỌC SINH VÀ KẾT QUẢ

Để có cơ sở thực tiễn cho việc nghiên cứu đề tài "Khai thác mối liên hệ giữa hình học ở trường THPT với thực tiễn và sử dụng chúng trong quá trình dạy học hình học ở trường THPT", xin các em vui lòng cho biết ý kiến của mình bằng cách khoanh tròn vào phương án lựa chọn thích hợp trong những câu hỏi sau.

Câu hỏi 1: Trong quá trình dạy học Hình học ở trường THPT, các thầy cô dạy Toán có đặt ra cho các em những bài toán Hình học liên quan đến thực tiễn (các hình, khối có dạng hình học nào đó, tính toán độ dài, khoảng cách, góc, diện tích thể tích của các hình khối trong thực tiễn, sử dụng các mối quan hệ song song, vuông góc vào thực tiễn, giải thích một vài hiện tượng thực tế...) hay không?

A) Không có bài nào: 138

B) Có dưới 5 bài: 162

C) Có từ 5 đến dưới 10 bài: 0

D) Có từ 10 bài trở lên: 0

Câu hỏi 2: Trong quá trình dạy học Hình học ở trường THPT, các thầy cô dạy Toán đã có bao nhiêu lần liên hệ giữa Hình học với thực tiễn?

A) Không lần nào: 138

B) Có dưới 5 lần: 162

C) Có từ 5 đến dưới 10 lần: 0

D) Có trên 10 lần: 0

Câu hỏi 3: Trong quá trình dạy học Hình học ở trường THPT, trong những bài toán Hình học liên quan đến thực tiễn được các thầy cô dạy Toán đặt ra cho các em có bao nhiêu bài khác với những bài toán thực tiễn có trong sách giáo khoa, sách bài tập Hình học?

A) Không có bài nào: 300

B) Có dưới 5 bài: 0

C) Có từ 5 đến dưới 10 bài: 0

D) Có từ 10 bài trở lên: 0

Câu hỏi 4: Trong quá trình học môn Hình học ở trường THPT, em dã biết được bao nhiêu bài toán Hình học có liên quan tới thực tiễn?

A) Không có bài nào: 138

B) Có dưới 5 bài: 162

C) Có từ 5 đến dưới 10 bài: 0

D) Có từ 10 bài trở lên: 0

Câu hỏi 5: Trong quá trình học môn Hình học ở trường THPT, em có thích những bài toán Hình học có liên quan tới thực tiễn hay không?

A) Không thích: 0

B) Bình thường: 0

C) Có thích: 268

D) Rất thích: 32

Câu hỏi 6: Vì sao em thích những bài toán Hình học có liên quan tới thực tế?

A) Em không biết: 17

B) Vì qua đó em biết ý nghĩa, tác dụng của môn Hình học: 283

C) Vì qua đó em thấy môn Hình học đỡ khô khan: 0

D) Vì lí do khác: 0

Câu hỏi 7: Vì sao em không thích những bài toán Hình học có liên quan tới thực tế?

A) Em không biết: 0

B) Vì em thấy không cần thiết: 0

C) Vì những bài toán đó không hay: 0

D) Vì lí do khác: 300

Câu hỏi 8: Những bài toán Hình học có liên quan đến thực tiễn mà em được biết thuộc loại nào dưới đây?

A) Thuộc loại khó: 0

B) Thuộc loại tương đối khó: 166

C) Thuộc loại trung bình: 134

D) Thuộc loại dễ: 0

Câu hỏi 9: Theo em, cần thiết phải tăng cường thêm những bài toán Hình học có liên quan đến thực tiễn như thế nào?

A) Không cần tăng: 0

B) Tăng thêm từ 1 đến 10 bài: 0

C) Tăng thêm hơn 10 bài: 215

D) Em không biết: 9

Câu hỏi 10: Đã có bao nhiêu lần em vận dụng những kiến thức Hình học vào thực tiễn?

A) Chưa lần nào: 296

B) Có từ 1 đến 3 lần: 4

C) Có từ 4 đến 6 lần: 0

D) Có từ 7 lần trở lên: 0

PHỤ LỤC 3

PHIẾU THAM KHẢO Ý KIẾN GIÁO VIÊN VỀ CÁC BIỆN PHÁP THIẾT KẾ BÀI TOÁN HÌNH HỌC GẮN VỚI THỰC TIỄN

Chúng tôi đề xuất năm biện pháp thiết kế bài toán hình học gắn với thực tiễn để sử dụng chúng trong dạy học hình học ở trường THPT như sau:

Biện pháp 1. Thiết kế những bài toán khám phá tri thức Hình học dựa trên phương tiện dạy học làm từ những vật liệu đơn giản trong thực tế.

(Trong bảng sau viết tắt là: BP1 – thiết kế BT dựa trên phương tiện).

Biện pháp 2. Liên tưởng bài toán Hình học thuần túy với một tình huống thực tiễn để thiết kế bài toán gắn với thực tiễn.

(Trong bảng sau viết tắt: BP2 – thiết kế BT dựa trên liên tưởng).

Biện pháp 3. Lựa chọn những vấn đề của thực tiễn có thể giải thích được bằng những tri thức Hình học phổ thông hoặc giải quyết được nhờ mô hình toán học hóa để thiết kế thành hệ thống bài toán.

(Trong bảng sau viết tắt là: BP3 – thiết kế BT giải thích TT, mô hình TH)

Biện pháp 4. Khai thác những tri thức Hình học tiềm ẩn trong những hình, khối thực tế và những công trình kiến trúc hiện đại để thiết kế những bài toán hoặc hệ thống bài toán về đọc hiểu và hiểu biết Hình học.

(Trong bảng sau viết tắt là: BP4 – thiết kế BT đọc hiểu, hiểu biết HH).

Biện pháp 5. Dựa trên các hình, khối hoặc tình huống trong thực tiễn, đưa vào các yếu tố phù hợp để thiết kế những bài toán tính toán các đại lượng về độ dài, diện tích, góc, thể tích của những hình, khối trong chương trình Hình học THPT.

(Trong bảng sau viết tắt: BP5 – thiết kế BT tính toán đại lượng HH)

1) Nhằm đánh giá tính mới, tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp nêu trên, xin quý thầy/cô cho biết ý kiến về các vấn đề sau đây bằng cách đánh dấu x vào một phương án được lựa chọn trong bảng hỏi sau đây:

Họ và Tên:…… **Trường THPT**……

A	**Tính mới của các biện pháp đối với bản thân**	không mới	Ít mới	trung bình	khá mới	rất mới
1	BP1 – thiết kế BT dựa trên phương tiện					
2	BP2 – thiết kế BT dựa trên liên tưởng					
3	BP3 – thiết kế BT giải thích TT, mô hình TH					
4	BP4 – thiết kế BT đọc hiểu, hiểu biết HH					
5	BP5 – thiết kế BT tính toán đại lượng HH					
B	**Tính khả thi, hiệu quả của các biện pháp**	không khả thi	ít khả thi	trung bình	khá khả thi	rất khả thi
1	BP1 – thiết kế BT dựa trên phương tiện					
2	BP2 – thiết kế BT dựa trên liên tưởng					
3	BP3 – thiết kế BT giải thích TT, mô hình TH					
4	BP4 – thiết kế BT đọc hiểu, hiểu biết HH					
5	BP5 – thiết kế BT tính toán đại lượng HH					
C	**Tác dụng của các biện pháp đối với bản thân**	không tác dụng	ít tác dụng	trung bình	khá tác dụng	rất tác dụng
1	BP1 – thiết kế BT dựa trên phương tiện					
2	BP2 – thiết kế BT dựa trên liên tưởng					
3	BP3 – thiết kế BT giải thích TT, mô hình TH					
4	BP4 – thiết kế BT đọc hiểu, hiểu biết HH					
5	BP5 – thiết kế BT tính toán đại lượng HH					

2) Ngoài các ví dụ đã trình bày trong luận án, xin các thầy cô bổ sung thêm các bài toán Hình học gắn với thực tiễn thiết kế được dựa trên các biện pháp đã đề xuất (hoặc theo biện pháp mới của bản thân). ***Xin cảm ơn quý thầy cô.***

……..…….....

.....

PHỤ LỤC 4

THỐNG KÊ KẾT QUẢ THAM KHẢO Ý KIẾN GIÁO VIÊN VỀ CÁC BIỆN PHÁP THIẾT KẾ BÀI TOÁN HÌNH HỌC GẮN VỚI THỰC TIỄN

Số lượng phiếu thu được: 50

A	**Tính mới của các biện pháp đối với bản thân**	không mới	Ít mới	trung bình	khá mới	rất mới
1	BP1 – thiết kế BT dựa trên phương tiện		6	26	18	
2	BP2 – thiết kế BT dựa trên liên tưởng				24	26
3	BP3 – thiết kế BT giải thích TT, mô hình TH				24	26
4	BP4 – thiết kế BT đọc hiểu, hiểu biết HH			5	32	15
5	BP5 – thiết kế BT tính toán đại lượng HH		11	39		
B	**Tính khả thi, hiệu quả của các biện pháp**	không khả thi	ít khả thi	trung bình	khá khả thi	rất khả thi
1	BP1 – thiết kế BT dựa trên phương tiện			25	25	
2	BP2 – thiết kế BT dựa trên liên tưởng			23	27	
3	BP3 – thiết kế BT giải thích TT, mô hình TH		30	20		
4	BP4 – thiết kế BT đọc hiểu, hiểu biết HH		30	20		
5	BP5 – thiết kế BT tính toán đại lượng HH					50
C	**Tác dụng của các biện pháp đối với**	không	ít	trung	khá	rất

	bản thân	tác dụng	tác dụng	bình	tác dụng	tác dụng
1	BP1 – thiết kế BT dựa trên phương tiện				40	10
2	BP2 – thiết kế BT dựa trên liên tưởng			9	33	8
3	BP3 – thiết kế BT giải thích TT, mô hình TH			19	21	10
4	BP4 – thiết kế BT đọc hiểu, hiểu biết HH			18	20	12
5	BP5 – thiết kế BT tính toán đại lượng HH				41	9

PHỤ LỤC 5

PHIẾU THAM KHẢO Ý KIẾN HỌC SINH SAU THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

Em hãy cho biết ý kiến bằng cách khoanh tròn vào chữ cái phương án mà em chọn trong các câu hỏi sau:

Câu 1. Trong ba phân môn toán em ngại học môn nào nhất?

A. Đại số B.Hình học C. Giải tích

Câu 2. Các tiết học Hình học trước TNSP có đem lại sự hứng thú học tập cho em hay không?

A. Có B. Bình thường C. Không

Câu 3. Em có thích các giờ học thực nghiệm sư phạm hay không?

A. Thích B. Bình thường C. Không thích

Câu 4. Thông thường em làm được các bài toán Hình học ở mức độ nào?

A. khoảng dưới 40% B. Từ 40% đến 70% C. Trên 70%

Câu 5. Em tự đánh giá làm được các bài toán trong các tiết TNSP ở mức độ nào?

A. khoảng dưới 40% B. Từ 40% đến 70% C. Trên 70%

Câu 6. Em có thích phương pháp dạy học hình học của thầy cô trong các giờ TNSP hay không?

A. Không thích B. Bình thường C. Rất thích

Câu 7. Em có thấy được ý nghĩa thực tiễn của các kiến thức Hình học trong các bài TNSP hay không?

A. Có B. Bình thường C. Không

Câu 8. Em có muốn thầy cô thay đổi phương pháp dạy học Hình học như các giờ TNSP hay không?

A. Không B. Có

Câu 9. Em hiểu bài ở mức độ nào?

A. Rất hiểu B. Bình thường C. Hiểu ít D. Không hiểu

Câu 10. Em thấy mức độ đề kiểm tra 45 phút sau TNSP như thế nào?

A. Quá dễ B.Dễ C.Vừa D.Khó E. Quá khó

PHỤ LỤC 6

PHIẾU THAM KHẢO Ý KIẾN GIÁO VIÊN VỀ THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

Xin quý thầy cô cho biết ý kiến bằng cách khoanh tròn vào chữ cái phương án chọn:

Câu 1. Trong ba phân môn toán HS thường ngại học môn nào nhất?

A. Đại số B. Hình học C. Giải tích

Câu 2. Các tiết học hình học trước thực nghiệm sư phạm có đem lại sự hứng thú học tập cho em hay không?

A. Có B. Bình thường C. Không

Câu 3. Thầy cô có thích các giờ học thực nghiệm sư phạm hay không?

A. Thích B. Bình thường C. Không thích

Câu 4. Thông thường HS làm được các bài toán Hình học ở mức độ nào?

A. khoảng dưới 40% B. Từ 40% đến 70% C. Trên 70%

Câu 5. Theo thầy cô HS làm được các bài toán trong các tiết thực nghiệm sư phạm ở mức độ nào?

A. khoảng dưới 40% B. Từ 40% đến 70% C. Trên 70%

Câu 6. Thầy cô có thích phương pháp dạy học hình học trong các giờ thực nghiệm sư phạm hay không?

A. Không thích B. Bình thường C. Rất thích

Câu 7. HS có thấy được ý nghĩa thực tiễn của các kiến thức Hình học trong các bài thực nghiệm sư phạm hay không?

A. Có B. Bình thường C. Không

Câu 8. Thầy cô có muốn thầy cô thay đổi phương pháp dạy học Hình học như các giờ thực nghiệm sư phạm hay không?

A. Không B. Có

Câu 9. Thầy cô đánh giá HS lớp thực nghiệm sư phạm hiểu bài ở mức độ nào?

A. Rất hiểu B. Bình thường C. Hiểu ít D. Không hiểu

Câu 10. Thầy cô đánh giá mức độ đề kiểm tra 45 phút sau thực nghiệm sư phạm như thế nào?

A. Quá dễ B.Dễ C.Vừa D.Khó E. Quá khó.

PHỤ LỤC 7

Thống kê về các hình vẽ, hình ảnh, bài đọc thêm, bạn có biết có liên quan tới thực tiễn trong SGK, sách nâng cao và SBT Hình học THPT hiện hành

* Hình vẽ minh họa trong SGK Hình học 10 và SGK Hình học 10 nâng cao gồm có:

- Hình minh họa mở đầu cho véc tơ (hai người kéo 1 chiếc thuyền);
- Hình vẽ biểu diễn hướng chuyển động của ôtô và máy bay;
- Hình vẽ hai người đi trên bờ sông cùng kéo một con thuyền với hai lực (minh họa cho tổng hai véc tơ);
- Hình vẽ hai nhóm HS kéo co minh họa cho hiệu của 2 véc tơ;
- Hình vẽ minh họa: Với mỗi cặp số chỉ kinh độ và vĩ độ người ta xác định được một điểm trên trái đất;
- Hình vẽ vị trí quân cờ trên bàn cờ vua;
- Hình vẽ phân tích lực tác động vào một xe goòng chuyển động;
- Hình vẽ mặt nước có hình Elíp khi đặt nghiêng một cốc nước và bóng nắng có dạng hình Elíp;
- Hình ảnh tia nước từ vòi phun ở công viên có dạng đường Parabol;
- Hình vẽ bóng của đèn ngủ in trên tường có thể là đường Hypebol;
- Hình vẽ quỹ đạo của tàu vũ trụ được phóng lên từ trái đất có thể là đường tròn, Elíp, Parabol, hoặc Hypebol tùy theo vận tốc của tàu vũ trụ;
- Hình vẽ minh họa những Hypebol tạo bởi các giao điểm của hai đường tròn không đồng tâm;
- Hình vẽ giới thiệu dụng cụ vẽ Parabol bằng thước thẳng êke và bút chì;
- Mô hình một lò phản ứng hạt nhân được xây dựng ở Mĩ;
- Vòm cầu bắc qua sông hình parabol, dây văng cầu treo hình parabol;

- Hình vẽ hải đồ một vùng biển tại một thời điểm nào đó và hai tàu thủy chuyển động thẳng đều có vận tốc biểu thị bằng mũi tên;

- Hình vẽ hai người đi dọc theo hai bên bờ kênh và cùng kéo một khúc gỗ đi ngược dòng và các lực tác động vào khúc gỗ;

- Hình vẽ tổng hợp của hai lực tác động vào một vật minh họa cho tổng hợp lực áp dụng quy tắc hình bình hành;

- Hình vẽ "công sinh bởi một lực" đưa ra công thức tích vô hướng;

* Hình vẽ minh họa trong SGK Hình học 11 và SGK Hình học 11 nâng cao gồm có:

- Hình ảnh những tấm bản đồ Việt Nam mở đầu cho khái niệm hình bằng nhau và hình đồng dạng;

- Hình vẽ cho phép tịnh tiến;

- Một số hình ảnh hình vẽ có trục đối xứng, tâm đối xứng: Hình ảnh chùa Dâu ở Bắc Ninh, hình vẽ bàn cờ tướng, hình vẽ con bướm, biểu tượng Thăng Long… minh họa cho hình có trục đối xứng;

- Một số hình vẽ minh họa cho hình ảnh phép quay: Bánh xe, đồng hồ, vô lăng;

- Hình ảnh tranh Đông Hồ thể hiện phép vị tự;

- Hình vẽ cho các hình đồng dạng;

- Một số hình ảnh của hình không gian: Kim Tự Tháp, mặt bảng, mặt bàn, mặt hồ nước;

- Hình vẽ, hình ảnh minh họa một số tính chất thừa nhận của hình học không gian, về quan hệ song song, quan hệ vuông góc trong không gian;

- Hình vẽ minh họa thiết diện của một chi tiết máy được cắt bởi những mặt phẳng;

- Hình ảnh minh họa cho véc tơ trong không gian;

* Hình vẽ minh họa trong SGK Hình học 12 và SGK Hình học 12 nâng cao gồm có:

- Hình vẽ, hình ảnh một số khối đa diện, khối tròn;
- Hình ảnh mở đầu cho mặt cầu, trụ,nón;
- Hình ảnh hình vẽ khái niệm mặt tròn xoay;
- Một vài hình vẽ "Vui một chút" của một số hình không có trong thực tiễn;
- Hình ảnh một số hình về phép đối xứng qua mặt phẳng (ảnh chụp một em bé trước gương, ảnh của Tháp Rùa đang soi bóng trên mặt nước Hồ Gươm -Hà Nội);
- Hình vẽ mặt hypeboloit tròn xoay một tầng khi một đường thẳng l quay xung quanh một đường thẳng Δ, chéo nhau với l;
- Hình ảnh hệ trục tọa độ trong không gian mở đầu về phương pháp tọa độ trong không gian;

* Bài đọc thêm trong SGK Hình học 10 và SGK Hình học 10 nâng cao gồm có:

- Bài đọc thêm về thuyền buồm chạy ngược gió cuối bài véc tơ;
- Bài đọc thêm giới thiệu về thiết diện cônic và bóng của một quả bóng đá trên mặt đất, tia nước từ vòi phun ở công viên, bóng đèn ngủ in trên tường, quỹ đạo tàu vũ trụ phóng lên từ trái đất;

* Bài đọc thêm trong SGK Hình học 11 và SGK Hình học 11 nâng cao gồm có:

- Bài đọc thêm về phương pháp tiên đề trong việc xây dựng hình học;
- Bài đọc thêm về hình tự đồng dạng và HH Frac-tan;
- Cách biểu diễn ngũ giác đều;

* Bài đọc thêm trong SGK Hình học 12 và SGK Hình học 12 nâng cao gồm có:

Bài đọc thêm giải thích về giao tuyến Elíp của mặt trụ tròn xoay với mặt phẳng, về thiết diện Cônic.

* Mục "Bạn có biết" trong SGK Hình học 10 và SGK Hình học 10 nâng cao gồm có:

- Bạn có biết giới thiệu về tỉ lệ vàng qua hình ảnh đền Pác-tê-nông;

- Bạn có biết giới thiệu về hệ tiên đề Weil lấy điểm và véc tơ làm khái niệm cơ bản để xây dựng hình học;

- Bạn có biết người ta đã đo khoảng cách giữa trái đất và mặt trăng như thế nào?

- Bạn có biết người ta tìm ra sao hải vương (Neptune) chỉ nhờ các phép tính về quỹ đạo các hành tinh;

- Bạn có biết Giô-han Kê-ple và quy luật chuyển động của các hành tinh;

- Em có biết về "Mét mẫu" được xác định như thế nào?

- Bạn có biết mỗi hành tinh trong hệ Mặt trời đều chuyển động theo quỹ đạo là một đường Elip mà tâm Mặt trời là một tiêu điểm;

- Bạn có biết có hình vẽ minh họa những Hypebol tạo bởi các giao điểm của hai đường tròn không đồng tâm;

* Mục "Bạn có biết" trong SGK Hình học 11 và SGK Hình học 11 nâng cao gồm có:

- Bạn có biết: Hình vẽ giới thiệu những bức tranh gồm những hình giống nhau có thể lát kín mặt phẳng của Maurits Cornelis Escher người Hà Lan;

- Bạn có biết về Talet;

- Em có biết về Kim Tự Tháp Ai Cập.